

# TÀI LIỆU BIÊN SOẠN CHO KHÓA

## “ VẼ ĐẸP OXY ”

### DỰ ĐOÁN VÀ CHỨNG MINH TÍNH CHẤT

- Khóa học được biên soạn giúp các em học sinh khối 12,13 trong kì thi THPT QG sắp tới
- Khóa: "Vẽ đẹp Oxy" là khóa học được quay và phát 100% miễn phí online trên youtube gồm 6 chuyên đề ( 8 – 12 video)
- Các bài giảng video sẽ được phát từ 1/6/2016 đến 22/6/2016 vào sáng thứ 4, và CN hàng tuần ( Dự kiến)

**\* Các em học sinh có thể học theo một trong các cách sau đây:**

Cách 1: Đăng kí và theo dõi kênh Youtube: CÂU LẠC BỘ GIA SƯ THỦ KHOA EFC

Cách 2: Theo dõi trên Facebook: Tùng NT ( Email: [tunganh7110@gmail.com](mailto:tunganh7110@gmail.com))

Cách 3: Theo dõi trên Fage: CaulacbogiasuthukhoaEFC



# CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC

Địa chỉ : Cơ sở 1: 50A/24 Ngọc lâm/ Long Biên/ Hà Nội  
Cơ sở 2: 43/24 Ngọc lâm/ Long Biên/ Hà Nội

ĐT: 01694987807 ( Thầy Tùng)  
ĐT: 0942921229 ( Thầy Duy )



THẦY: TÙNG NT

FACE: [Tunganh7110@gmail.com](mailto:Tunganh7110@gmail.com)

Fage: CaulacboGiaSuThuKhoaEfc

Youtube: CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC

# PHƯƠNG PHÁP XỬ LÝ BÀI TOÁN OXY

## OXY DỰ ĐOÁN CHỨNG MINH

**BƯỚC 1:** Phân tích kĩ đề bài và vẽ hình chuẩn, to, chính xác tuyệt đối  
+ Nên vẽ đường tròn trước ( nếu có )  
+ Kí hiệu các giả thiết trên hình ( với màu mực khác thì tốt nhất )

**BƯỚC 2:** Kết nối giả thiết và câu hỏi đề bài  $\Rightarrow$  Đoán tính chất hình

**BƯỚC 3:** Chứng minh tính chất hình ( VD:  $\perp$ ,  $//$ , thẳng hàng, bằng nhau.....

**BƯỚC 4:** Dùng tính chất hình xử lý tìm Điểm, góc, độ dài ... ..  
+ Nên tìm những điểm có giả thiết trước (VD: Điểm  $M \in (H)$ )

**BƯỚC 5:** Loại nghiệm thu được ( Theo giả thiết đề bài )  
+ Tính cùng phía ( khác phía ) 2 điểm với một đường thẳng  
+ Độ dài khoảng cách từ điểm đã biết, ... ..



# PHẦN I: HÌNH VUÔNG

**HÃY LÀM THEO HƯỚNG DẪN HỌC CỦA THẦY NHÉ !!!!!!!!!!!!!!!**

\* Bài tập được biên soạn theo hướng : “ Dự đoán và chứng minh tính chất” được ẩn chứa trong mỗi bài

- 1) Xem video khóa học xong rồi bắt đầu làm bài tập
- 2) Các em phải tự giải hết các bài tập trước khi xem đáp án
- 3) Phải nghĩ ít nhất 30 phút cho những bài khó mới tham khảo đáp án
- 4) Ghi lại những kiến thức mình quên, hoặc không biết ra 1 quyển sổ nhỏ

CHÚC CÁC EM HỌC TỐT ^\_^



## HÌNH OXY: DỰ ĐOÁN VÀ VẼ ĐẸP CHỨNG MINH

### Chuyên đề 1: Hình vuông

**Bài 1:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có  $A(4; 6)$ , gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên cạnh BC và CD sao cho  $\widehat{MAN} = 45^\circ$ , điểm  $M(-4; 0)$  và đường thẳng MN có phương trình  $11x + 2y + 44 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm B, C, D

**ĐS:**  $B(0; -2), C(-8; 2), D(-4; 10)$

**Bài 2:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh C thuộc đường thẳng d:  $x + 2y - 6 = 0$ , điểm  $M(1; 1)$  thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng  $\Delta : x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh C

**ĐS:**  $C(2; 2)$

**Bài 3:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có  $C(2; -2)$ . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của DA và DC,  $M(-1; -1)$  là giao điểm của BI và AK. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông ABCD biết B có hoành độ dương

**ĐS:**  $A(-2; 0), B(1; 1), D(-1; -3)$

**Bài 4:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có điểm B thuộc đường thẳng (d)  $2x - y = 0$ . Điểm  $M(-3; 0)$  là trung điểm AD, điểm  $K(-2; -2)$  thuộc cạnh DC sao cho  $KC = 3KD$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông

**ĐS:**  $A(-3; 2), B(1; 2), C(1; -2), D(-3; -2)$

**Bài 5:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có tâm I. Các điểm  $G\left(\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right), E\left(3; -\frac{2}{3}\right)$  lần lượt là trọng tâm của tam giác ABI và tam giác ADC. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông ABCD, biết A có tung độ nguyên

**ĐS:**  $A(-1; 4), B(7; 6), C(9; -2), D(1; -4)$

**CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT**

**"DẠY HỌC BẰNG TÂM"**

**Bài 6:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có điểm  $E(7;3)$  là một điểm trên cạnh BC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE cắt BD tại N. Phương trình AN:  $7x + 11y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D của hình vuông biết A có tung độ dương, C có tọa độ nguyên và nằm trên đường thẳng  $2x - y - 23 = 0$  **ĐS:  $A(-2;1), B(6;5), C(10;-3), D(2;-7)$**

**Bài 7:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có  $A(4;6)$ . Gọi M, N lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BC và CD sao cho  $\widehat{MAN} = 45^\circ$ , , điểm  $M(-4;0)$  và đường thẳng MN có phương trình  $11x + 2y + 44 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm B, C, D **ĐS:  $B(0;-2), C(-8;2), D(-4;10)$**

**Bài 8:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có tâm I. Gọi M là điểm đối xứng của D qua C. Gọi H, K lần lượt là chân đường cao hạ từ D, C lên AM. Giả sử  $K(1;1)$ , đỉnh B thuộc đường thẳng:  $5x + 3y - 10 = 0$  và phương trình đường thẳng HI:  $3x + y + 1 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh B **ĐS:  $B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$**

**Bài 9:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có K là điểm đối xứng với A qua B. Trên cạnh BC, CD lấy các điểm M và N thỏa mãn  $BM = DN$ . Phương trình đường thẳng MK:  $x - y = 0$ , điểm  $N(-1;-5)$ . Viết phương trình cạnh AB biết điểm A thuộc trục hoành và điểm M có hoành độ dương **ĐS:  $x - 2y + 6 = 0$**

**Bài 10:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có đỉnh  $C(-4;-3)$  và M là một điểm nằm trên cạnh AB( M không trùng A, B). Gọi E, F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, C lên DM và  $I(2;3)$  là giao điểm CE và BF. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng d có phương trình  $x - 2y + 10 = 0$  **ĐS:  $A(8;1), B(0;5), D(4;-7)$**

## ĐÁP ÁN CHUYÊN ĐỀ 1

**Bài 1:** Tương tự Mẫu 1 trong bài giảng video

**Bài 2:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh C thuộc đường thẳng d:  $x + 2y - 6 = 0$ , điểm  $M(1;1)$  thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng  $\Delta : x + y - 1 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh C.

**Giải:** \* Dự đoán và chứng minh: CM vuông góc HK

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M lên AB và AD

Kẻ KM cắt BC tại N, CM cắt HK tại E

Xét tam giác DKM vuông cân tại K  $\Rightarrow KD = KM = NC$  (1)

Ta có tứ giác HMNB là hình vuông  $\Rightarrow HM = NM$  (2)

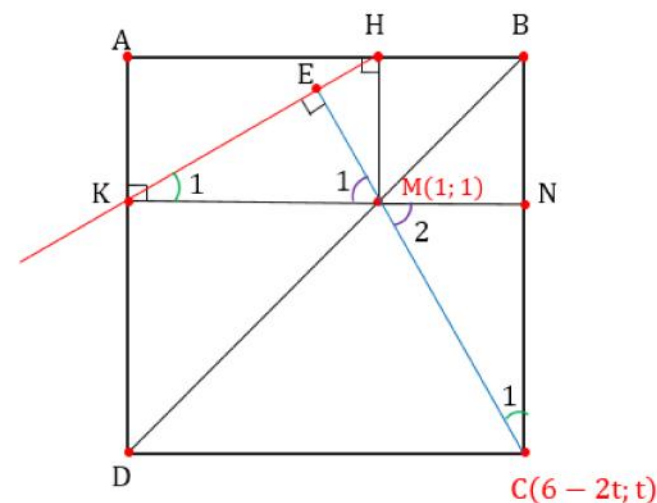
Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \triangle HMK = \triangle NMC \Rightarrow \widehat{K_1} = \widehat{C_1}$

ta có  $\widehat{M_1} = \widehat{M_2}$ , mà  $\widehat{M_2} + \widehat{C_1} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{M_1} + \widehat{K_1} = 90^\circ \Rightarrow HK \perp CM$

Ta có  $C(6 - 2t; t)$  nằm trên đường thẳng d

$\Rightarrow \overrightarrow{CM} = (2t - 5; 1 - t)$ ,  $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; -1)$

Vì  $HK \perp CM \Rightarrow 2t - 5 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow C(2; 2)$





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 3:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có C(2; -2). Gọi I, K lần lượt là trung điểm của DA và DC, M(-1;-1) là giao điểm của BI và AK. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông ABCD biết B có hoành độ dương

**Giải:** \* **Chứng minh:  $AK \perp IB$**

Ta có  $\triangle AKD = \triangle BIA$

$$\Rightarrow \widehat{AIB} = \widehat{AKD}$$

$$\text{mà } \widehat{AKD} + \widehat{DAK} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AIB} + \widehat{DAK} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp IB$$

Gọi H là trung điểm AB  $\Rightarrow$  tứ giác AHCK là hình bình hành  $\Rightarrow CH \perp IB$  tại N

Xét tam giác ABM có HN là đường trung bình  $\Rightarrow N$  là trung điểm BM

Tam giác BCM có CN vừa là trung tuyến vừa là đường cao

$$\Rightarrow \text{Tam giác BCM cân tại C} \Rightarrow BC = CM$$

$$\Rightarrow MC = AB = BC = \sqrt{10} \quad (1) \quad BI = \sqrt{AB^2 + AI^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Ta có } AB^2 = BI \cdot BM \Rightarrow BM = 2\sqrt{2} \quad (2)$$

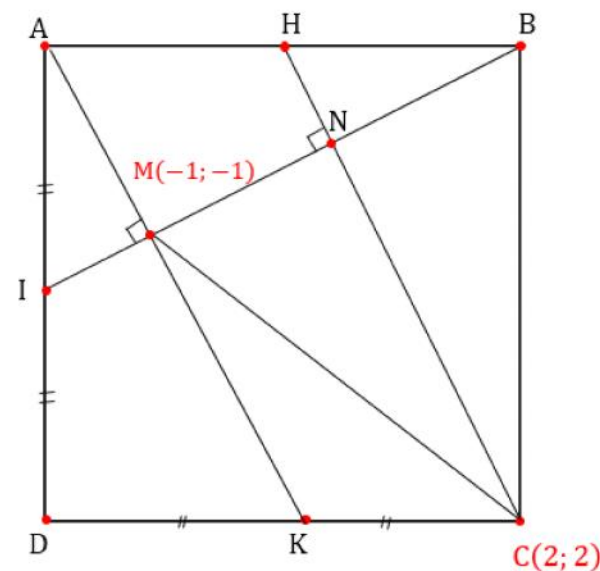
$$\text{Điểm B(a, b) Từ (1) và (2) } \Rightarrow \begin{cases} (a+1)^2 + (b+1)^2 = 8 \\ (a-2)^2 + (b-2)^2 = 10 \end{cases} \Rightarrow B(1; 1)$$

$$\text{Phương trình AB: } x - 3y + 2 = 0$$

$$\text{Phương trình AM: } x + y + 2 = 0$$

$$\Rightarrow A(-2; 0)$$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow D(-1; -3)$$



**Bài 4:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có điểm B thuộc đường thẳng (d)  $2x - y = 0$ . Điểm  $M(-3;0)$  là trung điểm AD, điểm  $K(-2;-2)$  thuộc cạnh DC sao cho  $KC = 3KD$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông

**Giải:**

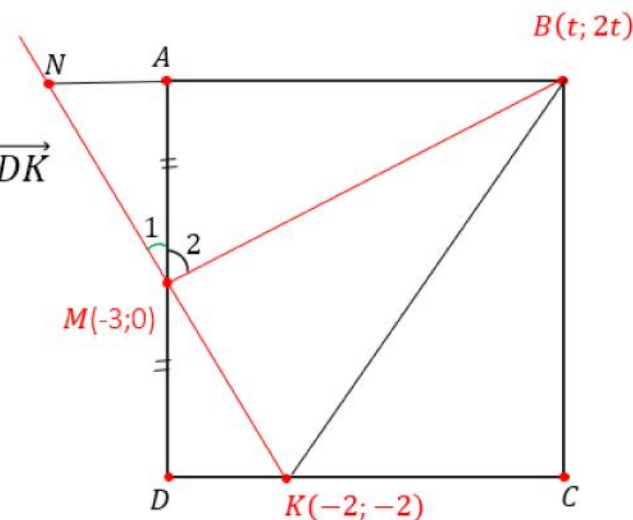
**\*\* Chứng minh BM vuông góc MK**

KM giao AB tại N      Đặt  $AB = a$

$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{MK} &= (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM})(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DK}) = \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{DK} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{DK} \\ &= 0 - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} + 0 = 0 \\ &\Rightarrow BM \text{ vuông góc } MK \end{aligned}$$

Phương trình BM qua M vuông góc MK:  $x - 2y + 3 = 0$

BM giao (d) =  $B(1; 2)$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 5:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hình vuông ABCD có tâm I. Các điểm  $G\left(\frac{10}{3}; \frac{11}{3}\right)$ ,  $E\left(3; -\frac{2}{3}\right)$  lần lượt là trong tâm của tam giác ABI và tam giác ADC. Xác định tọa độ các đỉnh hình vuông ABCD, biết A có tung độ nguyên

**Phần tích: A có tung độ nguyên  $\Rightarrow$  Dự đoán và chứng minh  $EG \perp AG$**

Giải:

Gọi M là trung điểm BI và N là hình chiếu vuông góc của G lên BI

$$\text{Ta có } GN \parallel AI \Rightarrow \frac{IN}{IM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3} \Rightarrow IN = \frac{2}{3}IM = \frac{1}{3}BI$$

$$E \text{ là trong tâm tam giác ACD} \Rightarrow EN = IN + IE = \frac{2}{3}BI = BN$$

$$\Rightarrow EN = BN \Rightarrow \text{tam giác BGE cân tại G} \Rightarrow GA = GB = GE$$

$$\Rightarrow A, B, E \text{ thuộc đường tròn tâm G}$$

$$\text{mà } \widehat{ABE} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{AGE} = 2\widehat{ABE} \Rightarrow \text{Tam giác AGE vuông cân tại G}$$

$$\text{Phương trình AG qua G và vuông góc GE: } x + 13y - 51 = 0$$

$$\text{Điểm A}(51 - 13t; t), \text{ có } AG = GE \Rightarrow A = (-1; 4) \text{ (loại 1 nghiệm lẻ)}$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM} \Rightarrow M\left(\frac{11}{2}; \frac{7}{2}\right)$$

$$\text{Phương trình BD đi qua E, M: } 5x - 3y - 17 = 0$$

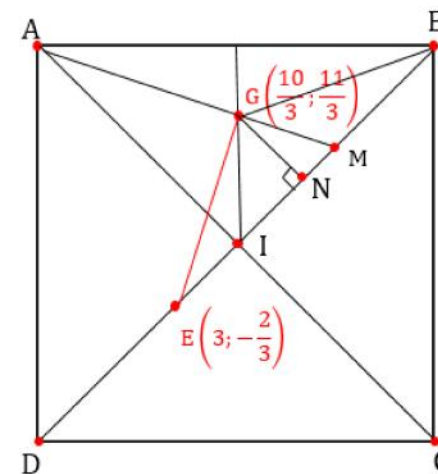
$$\text{Phương trình đường tròn tâm G bán kính GE: } \left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{11}{3}\right)^2 = \frac{170}{9}$$

$$\text{BD giao (C) = B}(7; 6)$$

$$\text{Phương trình AD qua A vuông góc AB: } 4x + y = 0$$

$$\text{AD giao BD = D}(1; -4)$$

$$\text{mà } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(9; -2)$$





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 6: Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có điểm E(7;3) là một điểm trên cạnh BC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABE cắt BD tại N. Phương trình AN:  $7x + 11y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D của hình vuông biết A có tung độ dương, C có tọa độ nguyên và nằm trên đường thẳng  $2x - y - 23 = 0$

Giải:

**Tứ giác ABEN nội tiếp đường tròn đường kính AE  $\Rightarrow$  AN vuông góc NE**

Phương trình EN qua E(7; 3) có VTPT:  $\vec{n} = (11; -7)$ :  $11x - 7y - 56 = 0$

$$AN \text{ giao } EN = N = \left(\frac{7}{2}; -\frac{5}{2}\right)$$

mà góc NBE =  $45^\circ \Rightarrow$  Cung AN = Cung NE  $\Rightarrow$  AN = NE

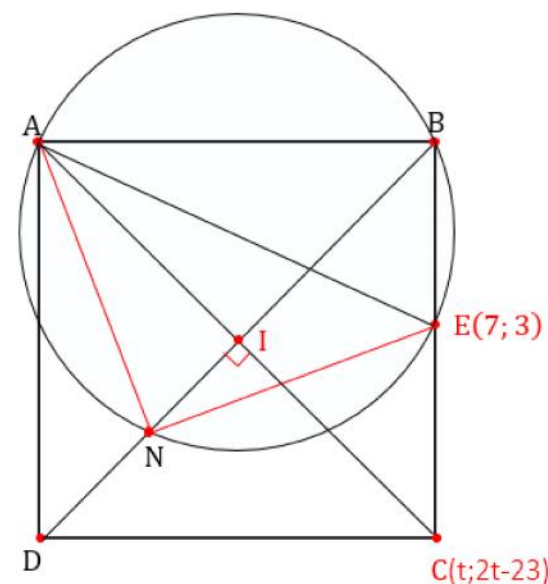
$$A\left(t; \frac{-7t-3}{11}\right) \Rightarrow AN^2 = NE^2 \Rightarrow t = 9(\text{loại}) \text{ hoặc } t = -2 \Rightarrow A(-2; 1)$$

$$\text{Điểm } C(t; 2t - 23) \Rightarrow I = \left(\frac{t-2}{2}; \frac{t-11}{1}\right)$$

$$\text{ta có } \vec{AI} \cdot \vec{IN} = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ hoặc } t = 39/5(\text{loại}) \Rightarrow C(10; -3), I(4; -1)$$

$$\text{Phương trình BC qua CE: } 2x + y - 17 = 0$$

$$\text{Phương trình BD qua IN: } 3x - y - 13 = 0 \Rightarrow B = (6; 5) \Rightarrow D(2; -7)$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 7:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có A(4;6). Gọi M,N lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh BC và CD sao cho  $\widehat{MAN} = 45^\circ$ , , điểm M(-4;0) và đường thẳng MN có phương trình  $11x + 2y + 44 = 0$ . Tìm tọa độ các điểm B,C,D

**ĐS:** B(0;-2), C(-8;2), D(-4;10)

**Giải:** Gọi  $BD \cap AN = E$ ,  $BD \cap AM = F$ ,  $FN \cap ME = I$

Ta có  $\widehat{NAF} = \widehat{NDF} = 45^\circ \Rightarrow$  Tứ giác NDAF nội tiếp  $\Rightarrow AF \perp FN$

Ta có  $\widehat{MAE} = \widehat{MBE} = 45^\circ \Rightarrow$  Tứ giác ABME nội tiếp  $\Rightarrow AE \perp EM$

$\Rightarrow$  Trong tam giác AMN có AI là trực tâm  $\Rightarrow AI \perp MN$  tại H

Phương trình AH qua A, vuông góc MN:  $2x - 11y + 58 = 0$

$$AH \cap MN = H \left( -\frac{24}{5}; \frac{22}{5} \right)$$

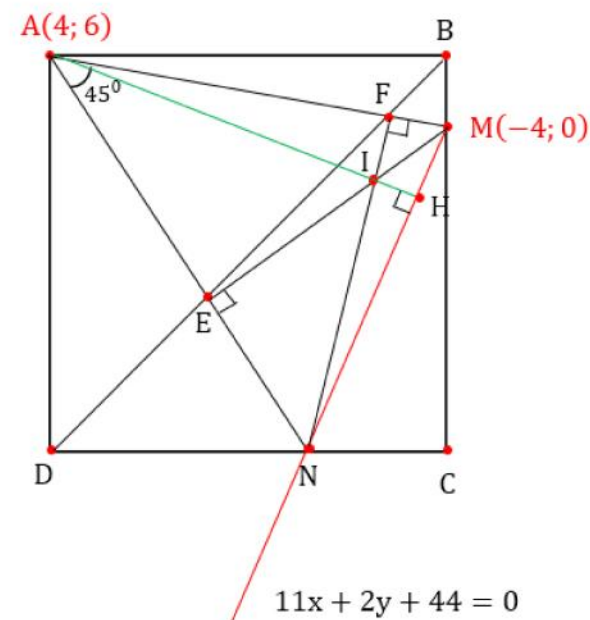
Ta có  $\Delta AMB = \Delta AMH \Rightarrow B$  đối xứng H qua AM  $\Rightarrow \dots \dots \dots$  Tìm được B(0; -2)

Phương trình BC qua B, C:  $x + 2y + 8 = 0$

$$AB = BC = 4\sqrt{5}, BM = 2\sqrt{5} \Rightarrow BC = 2BM$$

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BM} \text{ (M là trung điểm BC)} \Rightarrow C(-8; 2)$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-4; 10)$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 8:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có tâm I. Gọi M là điểm đối xứng của D qua C. Gọi H,K lần lượt là chân đường cao hạ từ D, C lên AM. Giả sử K ( 1;1), đỉnh B thuộc đường thẳng: (d)  $5x + 3y - 10 = 0$  và phương trình đường thẳng HI:  $3x + y + 1 = 0$ . Tìm tọa độ đỉnh B

ĐS:  $B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

**Phân tích: dự đoán và chứng minh HI // BK**

Giải: Do CK vuông góc AK  $\Rightarrow$  5 điểm A, B, C, D, K thuộc đường tròn tâm I, bán kính IA  $\Rightarrow DK \perp BK(1)$

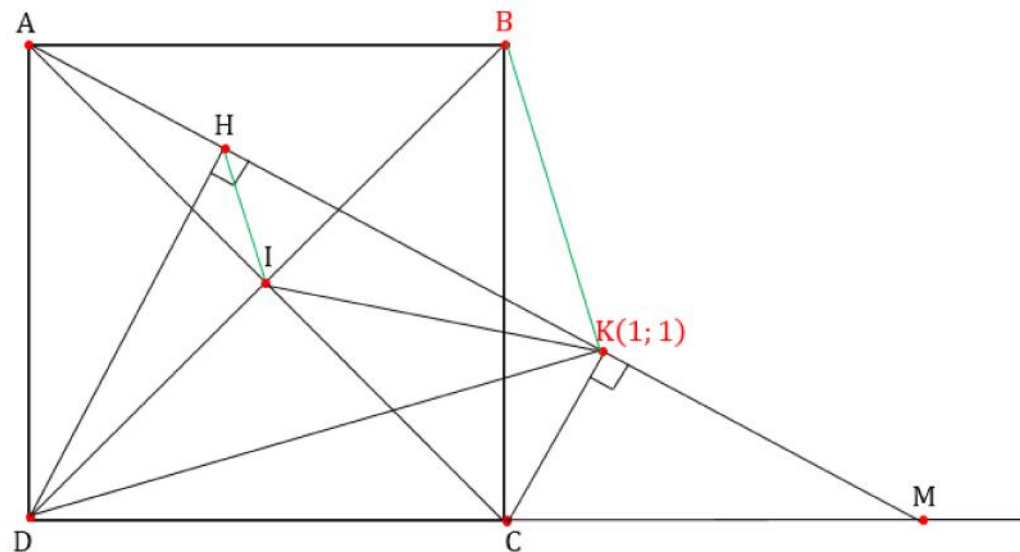
$\Rightarrow \widehat{HKD} = \widehat{ABD} = 45^\circ \Rightarrow$  Tam giác DHK vuông cân

HD = HK và ID = IK  $\Rightarrow$  HI  $\perp$  DK(2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  HI // BK

Phương trình BK qua K và song song HI:  $3x + y - 4 = 0$

$BK \cap d = B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 9:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có K là điểm đối xứng với A qua B. Trên cạnh BC, CD lấy các điểm M và N thỏa mãn  $BM = DN$ . Phương trình đường thẳng MK:  $x - y = 0$ , điểm  $N(-1; -5)$ . Viết phương trình cạnh AB biết điểm A thuộc trục hoành và điểm M có hoành độ dương

**ĐS:**  $x - 2y + 6 = 0$

### Phân tích: Dự đoán và chứng minh $AN \perp MK$

Giải: Ta có  $\triangle AND = \triangle KMB \Rightarrow \widehat{A_1} = \widehat{K_1}$ , mà  $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{K_1} + \widehat{A_2} = 90^\circ \Rightarrow AN \perp MK$

Điểm  $A(t; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (-1 - t; -5)$  VTCP của MK:  $\vec{u} = (1; 1)$

$$\overrightarrow{AN} \cdot \vec{u} \Rightarrow -t - 1 - 5 = 0 \Rightarrow t = -6 \Rightarrow A(-6; 0)$$

Điểm  $M(a; a)$  thuộc MK

Ta có  $\triangle AND = \triangle AMB \Rightarrow AN = AM$

$$\Leftrightarrow 50 = (t + 6)^2 + t^2$$

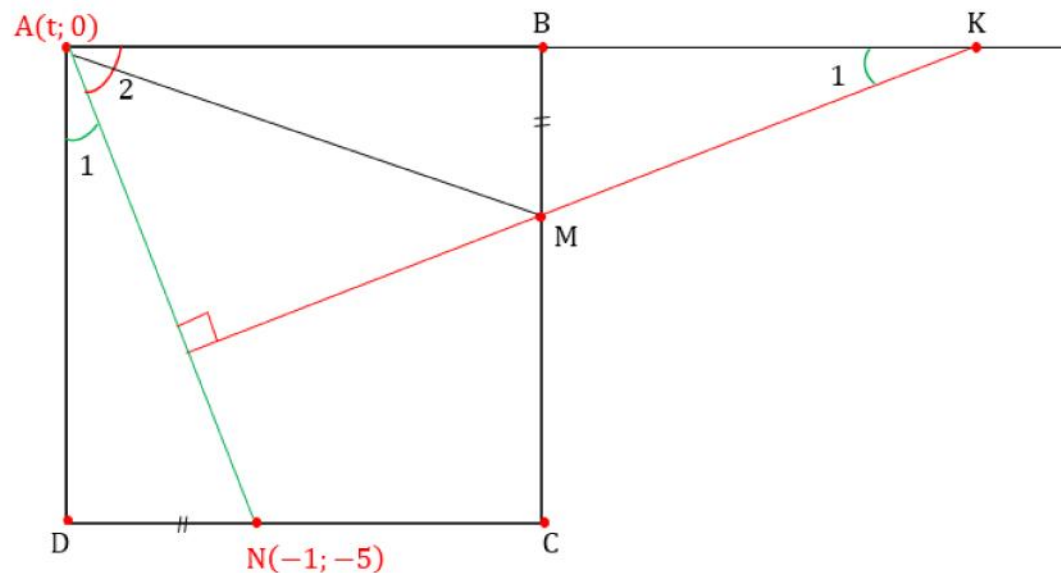
$$\Leftrightarrow t^2 + 6t - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -7(\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow M(1; 1)$$

Điểm  $K(b; b)$  thuộc MK Ta có  $MA = MK \Rightarrow \begin{cases} K(6; 6) \\ K(-4; -4) \end{cases}$

Do M, K nằm cùng phía so với AN  $\Rightarrow K(6; 6)$

Phương trình AB qua A, K:  $x - 2y + 6 = 0$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 10:** Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có đỉnh C(-4;-3) và M là một điểm nằm trên cạnh AB( M không trùng A,B). Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, C lên DM và I(2;3) là giao điểm CE và BF. Tìm tọa độ các đỉnh còn lại của hình vuông biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng d có phương trình  $x - 2y + 10 = 0$

**Phân tích: Dự đoán và chứng minh tính chất:  $BF \perp CE$**

Giải:

$$\text{Ta có } \widehat{A_1} = \widehat{C_1}, \widehat{E_1} = \widehat{F_1} = 90^\circ, \Rightarrow \triangle AEM \sim \triangle CFD \Rightarrow \frac{DF}{DC} = \frac{ME}{MA} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots \triangle DEA \sim \triangle AEM \Rightarrow \frac{AD}{DE} = \frac{AM}{AE} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow \frac{DF}{DC} = \frac{ME}{AE} = \frac{AM}{AD} = \frac{AM}{AB}$$

$$\text{Kẻ } FN // EC \Rightarrow \frac{DF}{DE} = \frac{DN}{DC} \Rightarrow DN = AM$$

$\Rightarrow$  MBCN là hình chữ nhật  $\Rightarrow$  M, B, C, N, F cùng thuộc đường tròn (C)

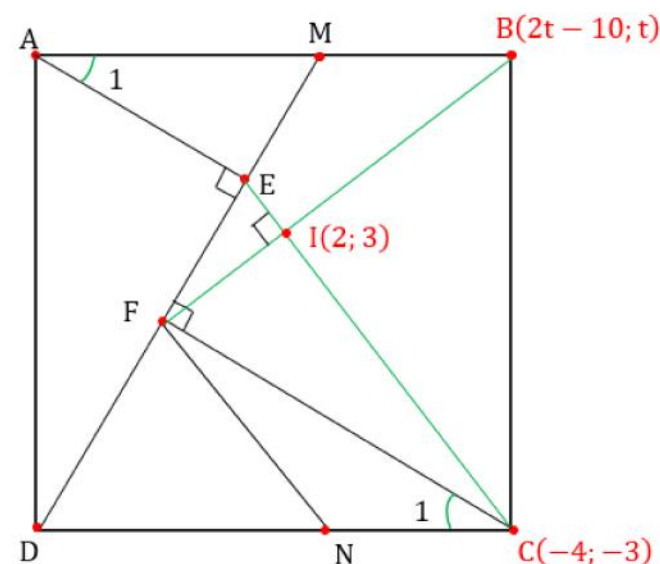
$$\Rightarrow \angle BFN = 90^\circ \text{ mà } FN // EC \Rightarrow EC \perp BF$$

$$\text{Điểm } B(2t - 10; t) \Rightarrow \vec{IB} = (2t - 12; t - 3)$$

$$\vec{IC} = (-6; -6)$$

$$\text{Ta có } \vec{IC} \cdot \vec{IB} \Rightarrow -12t + 72 - 6t + 18 = 0 \Rightarrow t = 5 \Rightarrow B(0; 5)$$

$$\text{Phương trình BC qua B, C: } 2x - y + 5 = 0$$



$$\dots\dots\dots A(8; 1), D(4; -7)$$

**CÁC EM ĐÓN XEM CHUYÊN ĐỀ 2**

# **HÌNH CHỮ NHẬT**

**Lịch phát video: 10h ngày Chủ nhật 5/6/2016**

**\* Các em học sinh có thể học theo một trong các cách sau đây:**

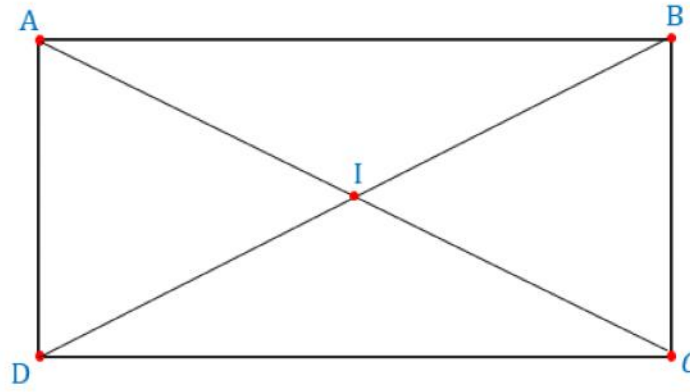
Cách 1: Đăng kí và theo dõi kênh Youtube: CÂU LẠC BỘ GIA SƯ THỦ KHOA EFC

Cách 2: Theo dõi trên Facebook: Tùng NT ( Email: [tungan7110@gmail.com](mailto:tungan7110@gmail.com))

Cách 3: Theo dõi trên Fage: CaulacbogiasuthukhoaEFC



# PHẦN II: HÌNH CHỮ NHẬT



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

## HÌNH OXY: DỰ ĐOÁN VÀ VẼ ĐẸP CHỨNG MINH

### Chuyên đề 2: Hình chữ nhật

**Mẫu 1: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ , điểm E thuộc CD sao cho

$EC = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ . Điểm I  $\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$  thuộc BE. Biết đường thẳng AC có phương trình  $x - 5y + 3 = 0$ , các điểm A, B đều có hoành độ nguyên. Tìm tọa độ A, B, C, D của hình chữ nhật **ĐS: A(2;1), B(5;4), C(7;2), D(4;-1)**

**Mẫu 2: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AD = 2AB$ . Điểm  $H\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$  là điểm đối xứng của B qua đường chéo AC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết phương trình CD:  $x - y - 10 = 0$  đỉnh C có tung độ âm

**ĐS: A(2;4), B(-1;1), C(5;-5), D(8;-2)**

**Mẫu 3: Hệ Oxy**, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường tròn (C):  $x^2 + y^2 = 10$ , đỉnh C thuộc đường thẳng có phương trình  $x + 2y - 1 = 0$ . Gọi M là hình chiếu của B lên AC. Trung điểm AM và CD lần lượt là  $N\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$  và  $P(1;1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật biết rằng B có hoành độ dương, C có hoành độ âm **ĐS: A(-3;1), B(1;-3), C(3;-1), D(-1;3)**,

**Mẫu 4: Trong mặt phẳng Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu của A lên BD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm các đoạn CD và BH. Biết  $A(1;1)$ , phương trình EF:  $3x - y - 10 = 0$ , E có tung độ âm. Tìm tọa độ B, C, D hình chữ nhật **ĐS: B(1;5), C(5;-1), D(1;-1)**

**Mẫu 5: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD ( $AB > BC$ ). Có M là điểm đối xứng của B qua C và N là hình chiếu vuông góc của B lên MD. Tam giác BMD nội tiếp đường tròn (T) có phương trình  $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$ . Xác định tọa độ hình chữ nhật ABCD biết phương trình CN:  $3x - 4y - 17 = 0$ . Đường thẳng BC qua  $E(7;0)$  và điểm M có tung độ âm.

**ĐS: A(-1;5), B(7;5), C(7;1), D(-1;1)**

CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 6:** ( SỞ GD – BÌNH PHƯỚC). Trong mặt phẳng Oxy. Cho hình thang ABCD vuông tại A,B và  $AD = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên BD, E là trung điểm HD. Cho  $H(-1; 3)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ , phương trình AE:  $4x+y+3=0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B,D của hình thang. **ĐS: A(-1;1) , B(3;3) , D(-2;3)**

**Mẫu 7:** A – 2013: Cho hình chữ nhật ABCD có M đối xứng với B qua C. Điểm N ( 5;-4) là hình chiếu vuông góc của B lên DM. Điểm C nằm trên đường thẳng  $2x + y + 5 = 0$ , A(-4;8). Tìm tọa độ B, C **ĐS: B(-4; -7), C(1; -7)**

**Mẫu 8:** Cho hình chữ nhật ABCD . Trên tia đối của tia AD lấy điểm F (3;3) sao cho  $DF = DC$ . Trên tia đối của tia DC lấy điểm E sao cho  $DE = AF$ . Biết điểm  $I\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  là tâm hình chữ nhật ABCD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD. Biết phương trình đường thẳng BE:  $3x - 7y - 17 = 0$  và B có tung độ dương. **A(3;1), B(8;1), C(8; -2), D(3;-2)**

**Mẫu 9:** Cho hình chữ nhật ABCD, qua B kẻ đường thẳng vuông góc AC tại H. Gọi  $E(17/5;29/5)$ ,  $F(17/5;9/5)$ ,  $G(1;5)$  lần lượt là trung điểm CH,BH và AD. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ABE. **ĐS: I ( 3;3)**

**Mẫu 10:** Cho hình vuông ABCD có  $A(-1; 2)$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD,DC;  $K = BN \cap CM$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK biết BN có phương trình:  $2x + y - 8 = 0$ .

**ĐS:  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$**

# ĐÁP ÁN CHI TIẾT

**HÃY LÀM THEO HƯỚNG DẪN HỌC CỦA THẦY NHÉ !!!!!!!!!!!!!!!**

\* Bài tập được biên soạn theo hướng : “ Dự đoán và chứng minh tính chất” được ẩn chứa trong mỗi bài

- 1) Xem video khóa học xong rồi bắt đầu làm bài tập
- 2) Các em phải tự giải hết các bài tập trước khi xem đáp án
- 3) Phải nghĩ ít nhất 30 phút cho những bài khó mới tham khảo đáp án
- 4) Ghi lại những kiến thức mình quên, hoặc không biết ra 1 quyển sổ nhỏ

CHÚC CÁC EM HỌC TỐT ^\_^



**CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT**

**"DẠY HỌC BẰNG TÂM"**

**Mẫu 1: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ , điểm E thuộc CD sao cho  $EC = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ . Điểm  $I\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$  thuộc BE. Biết đường thẳng AC có phương trình  $x - 5y + 3 = 0$ , các điểm A, B đều có hoành độ nguyên. Tìm tọa độ A, B, C, D của hình chữ nhật

**Giải: B1: Chứng minh AC vuông góc BE**

$$AC = \sqrt{18 + 8} = \sqrt{26}$$

$$\sin BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad (1)$$

$$BE = \sqrt{\frac{32}{9} + 8} = \sqrt{\frac{104}{9}} = \frac{2\sqrt{26}}{3}$$

$$\sin EBC = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{26}} = \frac{2}{\sqrt{13}} \quad (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \widehat{BAH} = \widehat{EBC}$$

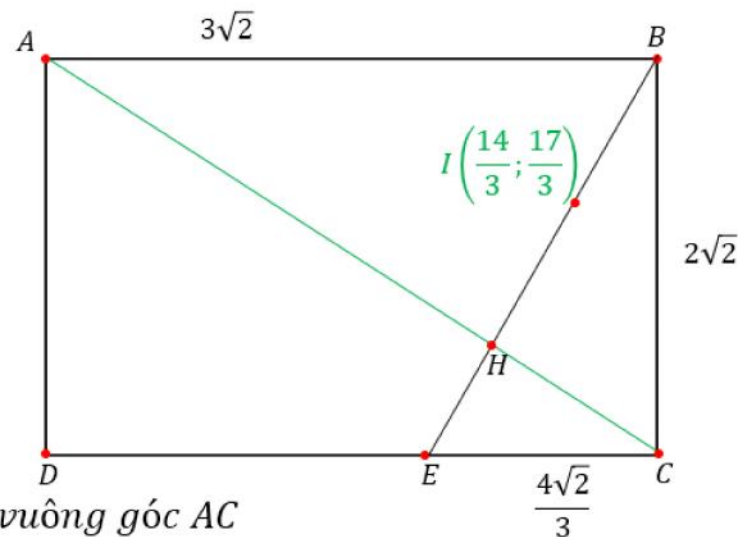
$$\Rightarrow \widehat{EBC} + \widehat{BCH} = 90^\circ \Rightarrow BE \text{ vuông góc } AC$$

$$\text{mà } \widehat{BAC} + \widehat{BCA} = 90^\circ$$

**B2: Phương trình BE qua I và vuông góc AC:**  $5x + y - 29 = 0 \Rightarrow AC \text{ giao } BE = H\left(\frac{71}{13}; \frac{22}{13}\right)$

$$\text{Trong tam giác } ABC \text{ có } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow BH^2 = \frac{72}{13} \Rightarrow B(5; 4) \text{ (loại nghiệm còn lại)}$$

$$\text{Điểm } A(5a - 3) \text{ và } AB = 3\sqrt{2} \Rightarrow A = (2; 1) \text{ (loại nghiệm lẻ)} \Rightarrow C(7; 2), D(4; -1)$$



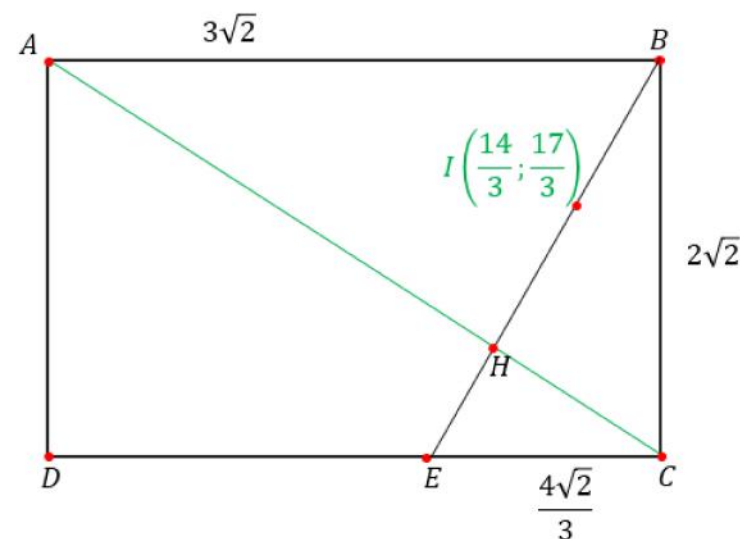
CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 1: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 3\sqrt{2}$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ , điểm E thuộc CD sao cho  $EC = \frac{4\sqrt{2}}{3}$ . Điểm  $I\left(\frac{14}{3}; \frac{17}{3}\right)$  thuộc BE. Biết đường thẳng AC có phương trình  $x - 5y + 3 = 0$ , các điểm A, B đều có hoành độ dương. Tìm tọa độ A, B, C, D của hình chữ nhật

**Giải: Cách 2: CM: AC vuông góc BE**

$$\begin{aligned} \text{Xét } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BE} &= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}) \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + BC^2 + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CE} = 8 - 8 = 0 \\ &\Rightarrow AC \text{ vuông góc } BE \end{aligned}$$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 2: Trong hệ Oxy** cho hình chữ nhật ABCD có  $AD = 2AB$ . Điểm  $H\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$  là điểm đối xứng của B qua đường chéo AC. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD biết phương trình CD:  $x - y - 10 = 0$  đỉnh C có tung độ âm

Giải: Ta có H đối xứng với B qua AC  $\Rightarrow \Delta AHC = \Delta ABC \Rightarrow AH \perp HC$

$\Rightarrow A, H, D, C, B$  nội tiếp đường tròn tâm I, bán kính  $R = IA = IB = IC = ID = IH$

$\Rightarrow BH \perp HD$

Ta có  $\cos \widehat{BCA} = \cos \widehat{ACH} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \widehat{BCA} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\cos \widehat{HCD} = \cos \left( \frac{\pi}{2} - 2\widehat{BCA} \right) = \sin 2\widehat{BCA} = 2 \sin \widehat{BCA} \cdot \cos \widehat{BCA} = \frac{4}{5}$

Gọi  $\vec{n} = (a; b)$  là VTCP của đường thẳng HC

$$\cos \widehat{HCD} = \frac{|a - b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow 7a^2 + 50a + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -7b \\ 7a = -b \end{cases}$$

\* Với  $a = -7b \Rightarrow \vec{n} = (7; -1) \Rightarrow$  Phương trình HC qua H:  $7x - y - 40 = 0$

$HC \cap CD = C(5; -5) \Rightarrow$  Phương trình BC qua C, vuông góc CD:  $x + y = 0$

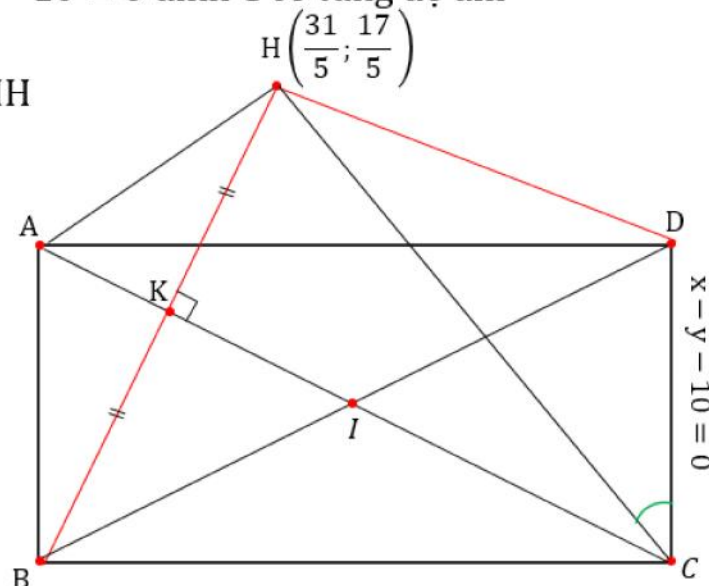
$\Rightarrow$  Phương trình BC qua C, vuông góc CD:  $x + y = 0$

$$\text{Điểm } B(t; -t) \text{ mà } HC = BC \Rightarrow (t - 5)^2 + (t - 5)^2 = \frac{36}{25} + \frac{1764}{25} = 72 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B(-1; 1) \\ B(11; -11) \end{cases}$$

Vì B, H cùng phía so với CD  $\Rightarrow B(-1; 1)$

Đường thẳng HD qua H, vuông góc HB:  $3x + y - 22 = 0$

$\Rightarrow D(8; -2) \Rightarrow A(2; 4)$



\* Với  $7a = -b \Rightarrow$  Phương trình HC:  $x - 7y + 88/5 = 0$

$HC \cap CD = C\left(-\frac{73}{5}; \frac{23}{5}\right)$  (loại)



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 3:** Hệ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có đỉnh B thuộc đường tròn (C):  $x^2 + y^2 = 10$ , đỉnh C thuộc đường thẳng có phương trình  $x + 2y - 1 = 0$ . Gọi M là hình chiếu của B lên AC. Trung điểm AM và CD lần lượt là  $N\left(-\frac{3}{5}; \frac{1}{5}\right)$  và  $P(1;1)$ . Tìm tọa độ các đỉnh hình chữ nhật biết rằng B có hoành độ dương, C có hoành độ âm

**PHÂN TÍCH DỰ ĐOÁN TÍNH CHẤT HÌNH:** Phân tích giả thiết ( Cho P, N, dữ kiện liên quan đến B và C)

Vẽ hình chuẩn + Giả thiết  $\Rightarrow$  Nên tìm B  $\Rightarrow$  Tính chất hình:  $PN \perp NB$

Giải:

Gọi Q là trung điểm BM

$\Rightarrow NQ \parallel AB, NQ = AB/2$

$\Rightarrow$  Tứ giác NQCP là hình bình hành

$\Rightarrow NQ \parallel PC \Rightarrow NQ$  vuông góc BC

Xét tam giác NBC có Q là trực tâm tam giác

$\Rightarrow CQ$  vuông góc NB

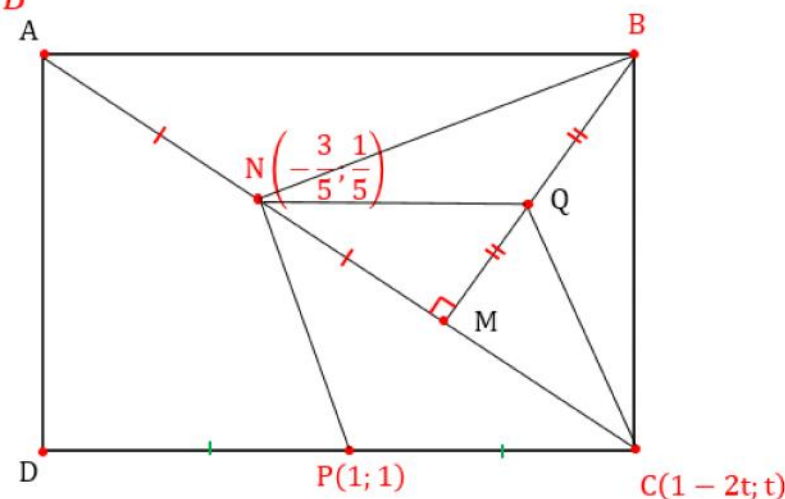
mà  $CQ \parallel PN$

$\Rightarrow PN$  vuông góc BN

Phương trình BN qua N và vuông góc PN:  $2x + y + 1 = 0$

Tọa độ B là nghiệm hệ:  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ 2x + y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B(1; -3)$  ( B có hoành độ dương)

ta có  $\overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow C(3; -1) \Rightarrow D(-1; 3)$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 4:** Trong mặt phẳng Oxy cho hình chữ nhật ABCD có  $AB = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu của A lên BD. Gọi E, F lần lượt là trung điểm các đoạn CD và BH. Biết  $A(1;1)$ , phương trình EF:  $3x - y - 10 = 0$ , E có tung độ âm. Tìm tọa độ B, C, D hình chữ nhật

PHẦN TÍCH: CHỨNG MINH  $AF \perp EF$

GIẢI: Gọi M là trung điểm AH

$\Rightarrow MFED$  là hình bình hành  $\Rightarrow M$  là trực tâm  $ADF \Rightarrow DM$  vuông góc  $AF \Rightarrow EF$  vuông góc  $AF$

Phương trình AF qua  $A(1;1)$  vuông góc EF:  $x + 3y - 4 = 0$

$$\Rightarrow AF \text{ giao } FE = F\left(\frac{17}{5}; \frac{1}{5}\right) \Rightarrow AF = \sqrt{\frac{32}{5}}$$

Tứ giác AFED nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{EAF} = \widehat{EDF}$  ( cùng chắn cung EF)

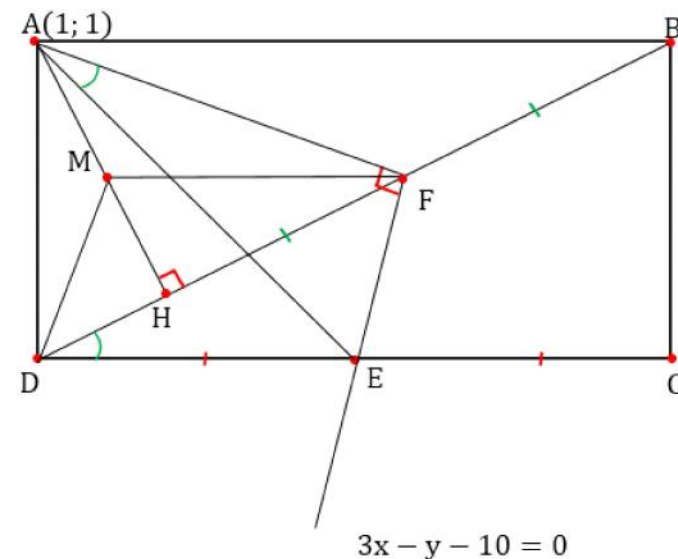
$\Rightarrow \triangle AFE$  đồng dạng  $\triangle DCB$

$$\Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{AF}{FE} = 2 \Rightarrow EF = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$E(t; 3t - 10) \Rightarrow E(3; -1)$  ( E có tung độ âm)

Tam giác ADE vuông cân tại D  $\Rightarrow D(1; -1)$  hoặc  $D(3; 1)$

Do D và F nằm về hai phía của AE  $\Rightarrow D(1; -1) \Rightarrow C(5; -1), B(1; 5)$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Mẫu 5: Trong hệ Oxy cho hình chữ nhật ABCD (  $AB > BC$  ). Có M là điểm đối xứng của B qua C và N là hình chiếu vuông góc của B lên MD. Tam giác BMD nội tiếp đường tròn ( T ) có phương trình  $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 25$ . Xác định tọa độ hình chữ nhật ABCD biết phương trình CN:  $3x - 4y - 17 = 0$ . Đường thẳng BC qua E(7;0) và điểm M có tung độ âm.

**Giải:**

**Phân tích: Dự đoán và chứng minh  $MI \perp IC$**

**Giải:** Kẻ tiếp tuyến của ( T ) d tại M

$$\widehat{M_1} = \widehat{B_1}$$

mà tứ giác DBCN nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{N_1} = \widehat{B_1}$

$$\Rightarrow \widehat{N_1} = \widehat{M_1}$$

$\Rightarrow NC$  song song d  $\Rightarrow MI$  vuông góc NC

Phương trình MI:  $4x + 3y - 19 = 0$

Ta có  $MI = 5 \Rightarrow M(7; -3)$  hoặc  $M(1; 5)$  loại

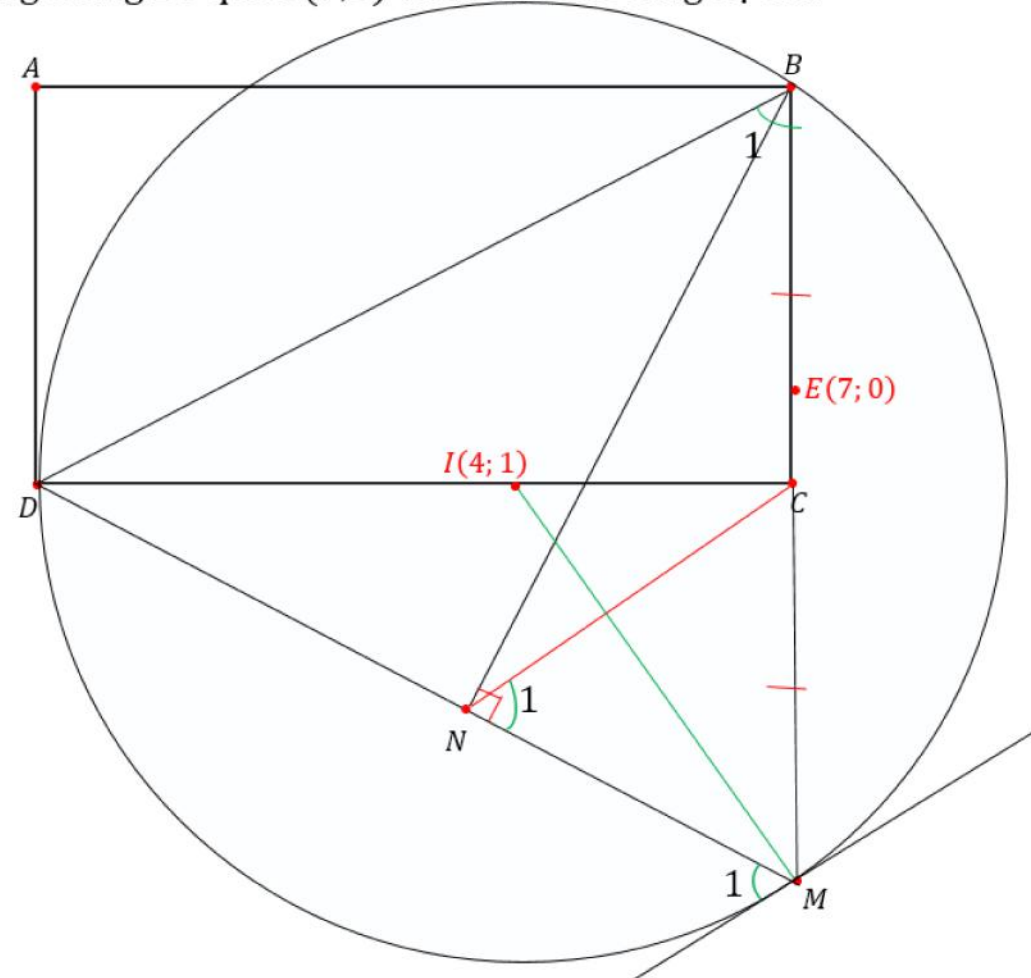
Phương trình BC qua M, E:  $x - 7 = 0$

Phương trình DC qua I và vuông góc BC:  $y = 1$

$$\Rightarrow C(7; 1) \Rightarrow B(7; 5)$$

(T) giao DC = D(9; 1) hoặc D(-1; 1)

B, D cùng phía CN  $\Rightarrow D(-1; 1) \Rightarrow A(-1; 5)$





**Mẫu 6:** ( SỞ GD – BÌNH PHƯỚC). Trong mặt phẳng Oxy. Cho hình thang ABCD vuông tại A,B và  $AD = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên BD, E là trung điểm HD. Cho  $H(-1; 3)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ , phương trình AE:  $4x+y+3=0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B,D của hình thang.

**Giải: B1: CMR: AE vuông góc EC**

Gọi F là trung điểm AD  $\Rightarrow EF \parallel AH \Rightarrow EF$  vuông góc HD

$\Rightarrow$  Tứ giác AFEB nội tiếp đường tròn đường kính BF

AFCB là hình chữ nhật  $\Rightarrow AFCB$  nội tiếp đường tròn đường kính BF

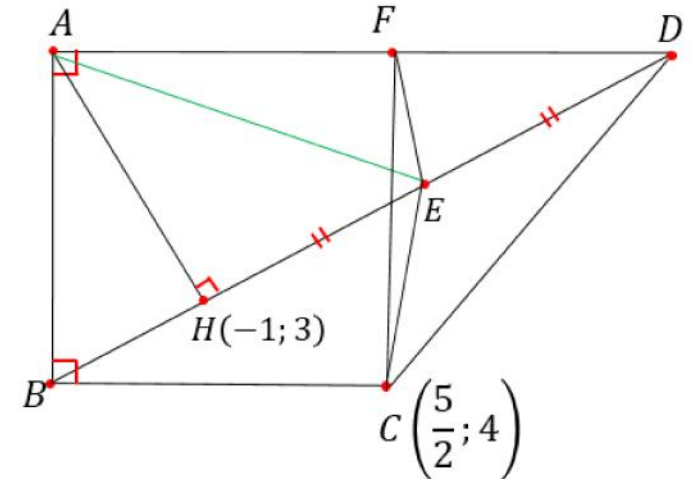
$\Rightarrow AECB$  nội tiếp đường tròn  $\Rightarrow AE$  vuông góc EC

$\Rightarrow$  Phương trình EC qua C, vuông góc AE:  $2x - 8y + 27 = 0$

AE giao EC =  $E\left(-\frac{3}{2}; 3\right) \Rightarrow D(-2; 3)$

Phương trình BD:  $y - 3 = 0$ , AH:  $x + 1 = 0 \Rightarrow A(-1; 1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow B(3; 3)$  ( B, H cùng phía AE )



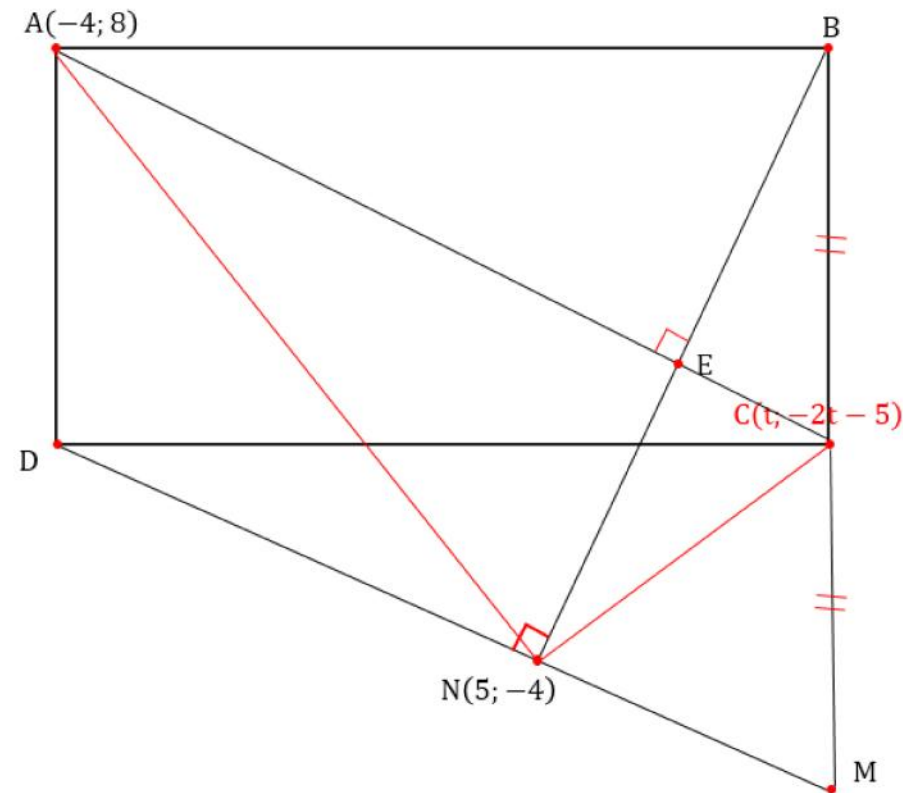
CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Mẫu 7: A – 2013: Cho hình chữ nhật ABCD có M đối xứng với B qua C. Điểm N ( 5;-4) là hình chiếu vuông góc của B lên DM. Điểm C nằm trên đường thẳng  $2x + y + 5 = 0$ , A(-4;8). Tìm tọa độ B, C

Phân tích: Dự đoán và chứng minh :  $AN \perp NC$

Kẻ AC giao BN tại E  
 Tứ giác ADMC là hình bình hành  $\Rightarrow AC \parallel DM \Rightarrow AC \perp BN$  tại E  
 Xét tam giác NBM có EC là đường trung bình  
 $\Rightarrow E$  là trung điểm BN  $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle ANC$   
 $\Rightarrow AN \perp NC \Rightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{NC} = 0 \Rightarrow C(1; -7)$   
 Phương trình AC: .....  
 B là điểm đối xứng N qua AC  $\Rightarrow B(-4; -7)$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 8:** Cho hình chữ nhật ABCD. Trên tia đối của tia AD lấy điểm F (3;3) sao cho DF = DC. Trên tia đối của tia DC lấy điểm E sao cho DE = AF. Biết điểm  $I\left(\frac{11}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  là tâm hình chữ nhật ABCD. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật ABCD. Biết phương trình đường thẳng BE:  $3x - 7y - 17 = 0$  và B có tung độ dương.

*Phân tích và chứng minh tam giác EFB vuông cân tại F*

Giải: \* Ta có  $ED = FA, AD = DC = AB \Rightarrow \triangle FDE = \triangle BAF \Rightarrow EF = FB$

$\Rightarrow \widehat{EFD} = \widehat{FBA}$  mà  $\widehat{FBA} + \widehat{DFB} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{EFD} + \widehat{DFB} = 90^\circ$

$\Rightarrow$  Tam giác EFB vuông cân tại F

Phương trình FH qua H, vuông góc EB (H thuộc EB):  $7x + 3y - 30 = 0$

$\Rightarrow FH \cap EB = H = \left(\frac{9}{2}; -\frac{1}{2}\right) \Rightarrow HE = \sqrt{\frac{29}{2}}$

Ta có tam giác EFB nội tiếp đường tròn (C) tâm H, bán kính HE

(C):  $\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{2}$

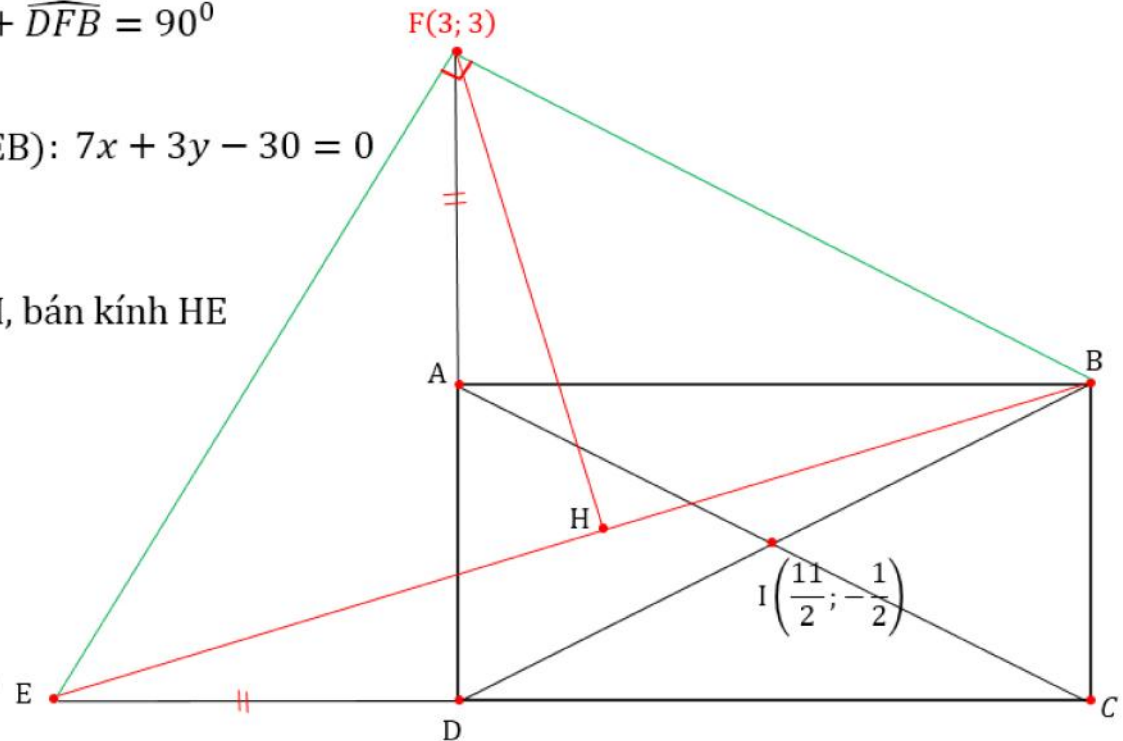
$EB \cap (C) = \{E, B\} \Rightarrow B(8; 1), E(1; -2)$

I là trung điểm BD  $\Rightarrow D(3; -2)$

Phương trình AD qua F, D:  $x - 3 = 0$

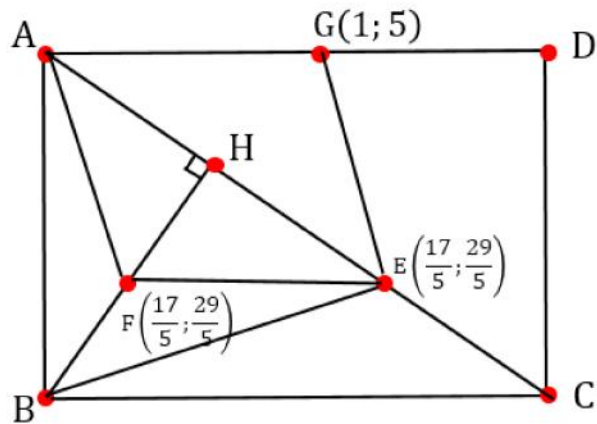
Phương trình AB vuông góc AD, qua B:  $y - 1 = 0$

$\Rightarrow AD \cap AB = A(3; 1) \Rightarrow C(8; -2)$





**Mẫu 9:** Cho hình chữ nhật ABCD, qua B kẻ đường thẳng vuông góc AC tại H. Gọi  $E(17/5; 29/5)$ ,  $F(17/5; 9/5)$ ,  $G(1; 5)$  lần lượt là trung điểm CH, BH và AD. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp ABE.



Giải: AGEF là hình bình hành

$$\Rightarrow \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{GD} \Rightarrow A(1; 1), D(1; 10)$$

Tam giác ABE có EF vuông góc AB, BH vuông góc AE  $\Rightarrow F$  là trực tâm

Phương trình AE:  $-2x + y + 1 = 0$

Phương trình BH qua F và vuông góc AE:  $x + 2y - 7 = 0$

Phương trình AB:  $y - 1 = 0 \Rightarrow BH$  giao AB tại  $B = (5; 1)$

Gọi  $I(a; b)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp  $\triangle ABE \Rightarrow IA = IB = IC$

$$\Rightarrow I(3; 3)$$

CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Mẫu 10: ( CHUYÊN HƯNG YÊN – 2015)**

Cho hình vuông ABCD có  $A(-1; 2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, DC$ ;  $K = BN \cap CM$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK biết BN có phương trình:  $2x + y - 8 = 0$ .

*Giải: Chứng minh: BN vuông góc CM*

Gọi  $P$  là trung điểm  $BC$ ,  $AP \cap BN = H \Rightarrow AH$  vuông góc  $BN$

$$AH = d(A; BN) = \frac{|-2 + 2 - 8|}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$\tan \widehat{BAP} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \widehat{BAP} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1/4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

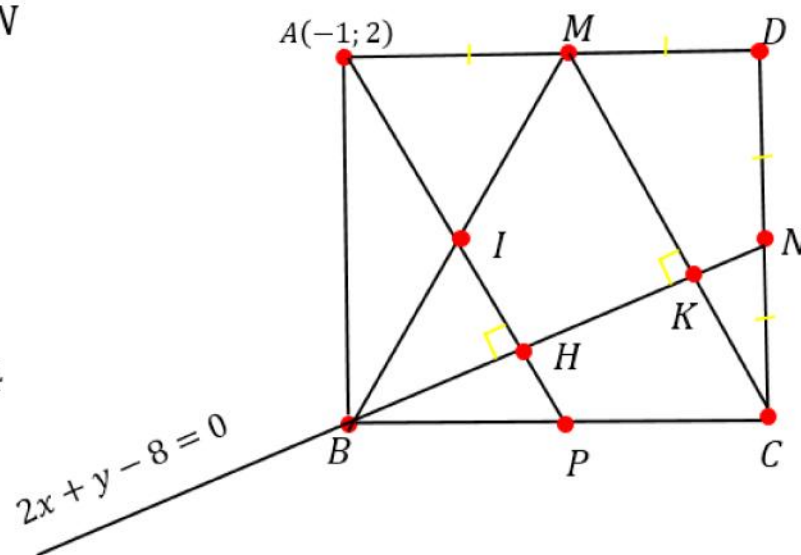
Trong tam giác ABH:  $\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\cos \widehat{BAH}} = 4$

AP giao BM tại I  $\Rightarrow AI = IP = \frac{AP}{2} = \sqrt{5}$

$H\left(\frac{11}{5}; \frac{18}{5}\right)$  là hình chiếu A trên BN  $\Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AH} \Rightarrow I(1; 3)$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK tâm  $I(1; 3)$  và  $R = IM = IA = \sqrt{5}$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$$



# CÁC EM ĐÓN XEM CHUYÊN ĐỀ 3

# TAM GIÁC – ĐƯỜNG TRÒN

Lịch phát video: 19h ngày thứ 4, chủ nhật hàng tuần. ( Dự kiến)

\* Các em học sinh có thể học theo một trong các cách sau đây:

Cách 1: Đăng kí và theo dõi kênh Youtube: CÂU LẠC BỘ GIA SƯ THỦ KHOA EFC

Cách 2: Theo dõi trên Facebook: Tùng NT ( Email: [tungan7110@gmail.com](mailto:tungan7110@gmail.com))

Cách 3: Theo dõi trên Fage: CaulacbogiasuthukhoaEFC



# CHUYÊN ĐỀ III

## TAM GIÁC VÀ ĐƯỜNG TRÒN

## ĐỀ BÀI: TAM GIÁC VÀ ĐƯỜNG TRÒN

**Bài 1:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (C), đường phân giác trong và ngoài của A cắt đường tròn lần lượt tại M (0;-3) và N (-2;1). Tìm tọa độ đỉnh B, C biết đường thẳng BC qua E (2;-1) và C có hoành độ dương

**Bài 2:** Trong hệ Oxy, hãy tính diện tích tam giác ABC biết H (5;5), I(5;4) lần lượt là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, phương trình cạnh BC:  $x + y - 8 = 0$ .

**Bài 3:** Trong hệ Oxy, gọi H(3;-2), I(8;11), K(4;-1) lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC. Tìm tọa độ A, B, C

**Bài 4:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I (-2;0), A(3;-7), trực tâm H(3;-1). Tìm C biết C có hoành độ dương

**Bài 5:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD, M(3;-1) là trung điểm BC. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua E (-1;-3), điểm F (1;3) nằm trên đường AC. Viết ptcạnh BC và tìm A biết D (4;-2)

**Bài 6:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I (1;2), bán kính  $R = 5$ . Chân đường cao kẻ từ B và C lần lượt là H (3;3), K(0;-1). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCHK biết A có tung độ dương

**Bài 7:** Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H(3;0), trung điểm BC là I(6;1). Đường thẳng AH có phương trình  $x + 2y - 3 = 0$ . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao kẻ từ B, C. Xác định tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết đường thẳng DE có pt:  $x - 2 = 0$ , D có tung độ dương

**Bài 8:** (SỞ GD - QN) Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình AH:  $3x - y + 3 = 0$ , trung điểm cạnh BC là M(3;0), gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C đến AC, AB. Phương trình đường thẳng EF là  $x - 3y + 7 = 0$ . Tìm tọa độ điểm A biết A có hoành độ dương

CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 1: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (C), đường phân giác trong và ngoài của A cắt đường tròn lần lượt tại M (0;-3) và N (-2;1). Tìm tọa độ đỉnh B, C biết đường thẳng BC qua E (2;-1) và C có hoành độ dương

Giải: Ta có AN vuông góc AM

MN qua O và MN là đường kính

$$R = \frac{MN}{2} = \sqrt{5} \quad \text{Tâm } I(-1; -1)$$

Phương trình (C):  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 5$

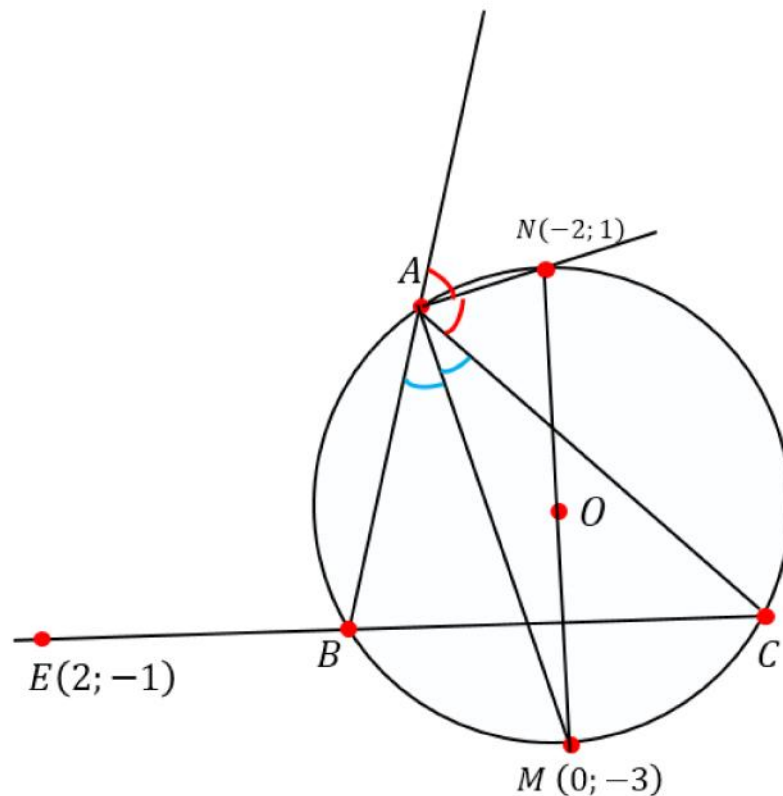
$$\overrightarrow{MN} = (-2; 4)$$

Phương trình BC qua E (2;-1) có VTCP  $\vec{n} = (1; -2)$

$$1(x - 2) - 2(y + 1) = 0 \Rightarrow x - 2y - 4 = 0$$

Tọa độ B, C là nghiệm hệ (C) giao BC.

$$\Rightarrow B(-2; -3) \text{ và } C\left(\frac{6}{5}; -\frac{7}{5}\right)$$





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 2: Trong hệ Oxy , hãy tính diện tích tam giác ABC biết H ( 5;5), I(5;4) lần lượt là trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, phương trình cạnh BC:  $x + y - 8 = 0$  .

Giải: Đường thẳng AI cắt đường tròn tại A'

Xét tứ giác HBA'C có

HA // A'B ( cùng vuông góc AB)

BH // A'C ( Cùng vuông góc AC)

Kẻ IM vuông góc BC  $\Rightarrow$  M là trung điểm BC cũng là trung điểm HA'

Phương trình IM:  $x - y - 1 = 0$

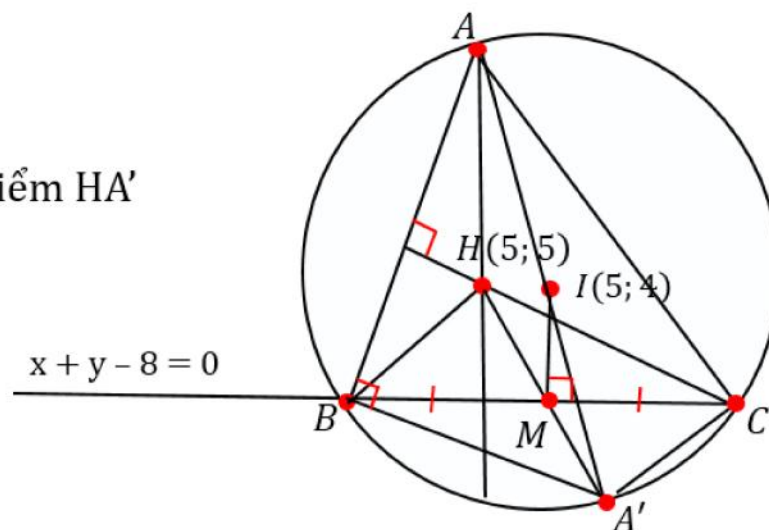
Tọa độ M là giao điểm IM và BC:  $\Rightarrow M = \left(\frac{9}{2}; \frac{7}{2}\right)$

$\Rightarrow$  Tọa độ A'(4;2) $\Rightarrow A ( 6;6)$

Ta có  $d(A; BC) = \frac{|6+6-8|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

$$BC = 2MC = 2\sqrt{R^2 - IM^2} = \sqrt{AI^2 - IM^2} = 3\sqrt{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC). BC = 6$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 3: Trong hệ Oxy, gọi  $H(3;-2)$ ,  $I(8;11)$ ,  $K(4;-1)$  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC. Tìm tọa độ A, B, C

Giải: Phương trình AH:  $x - y - 5 = 0$

Phương trình BC qua K và vuông góc AH:  $x + y - 3 = 0$

Gọi M là trung điểm BC  $\Rightarrow IM$  vuông góc BC  $\Rightarrow M(0;3)$

Kẻ đường kính AD  $\Rightarrow DBHC$  là hình bình hành.

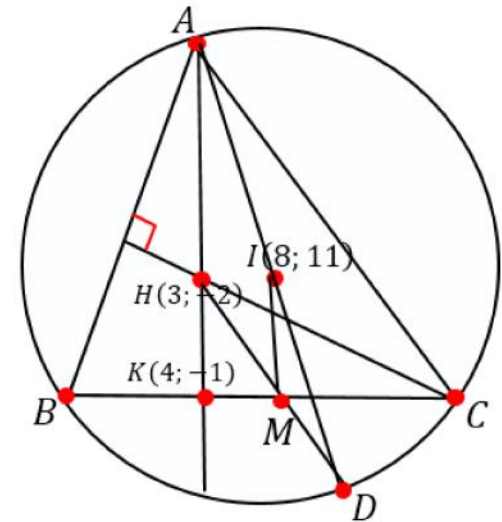
$\Rightarrow M$  là trung điểm HD

Xét tam giác AHD có IM là đường trung bình:

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{IM} \Rightarrow A(19; 14)$$

$$R = \sqrt{121 + 9} = \sqrt{130}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình (C): } (x - 8)^2 + (y - 11)^2 = 130$$



$B, C$  là giao điểm BC và (C)  $\Rightarrow B(1; 2), C(-1; 4)$  hoặc  $B(-1; 4), C(1; 2)$

Bài 4: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I ( -2;0), A(3;-7), trực tâm H(3;-1). Tìm C biết C có hoành độ dương

Giải  $\overrightarrow{AH} = (0; 6)$   $CM: \overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{IM} \Rightarrow M(-2; 3)$

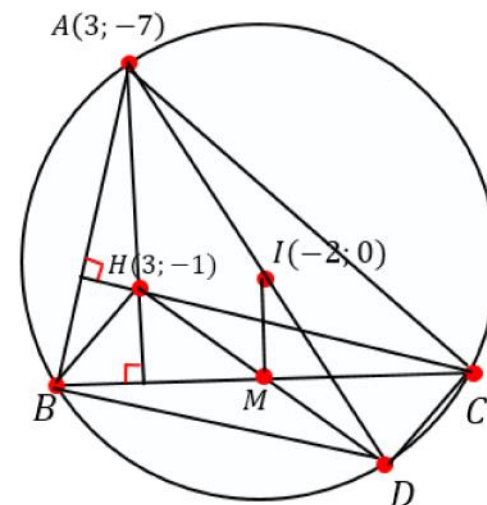
$$\overrightarrow{IM} = (a + 2; b)$$

$$R = AI = \sqrt{25 + 49} = \sqrt{74}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình (C): } (x + 2)^2 + y^2 = 74$$

$$\text{Phương trình BC vuông góc IM tại M: } y - 3 = 0$$

$$BC \text{ giao (C) tại B, C} \Rightarrow C(-2 + \sqrt{65}; 3)$$





Bài 5: Trong hệ Oxy, cho tam giác ABC có trung tuyến AM và đường cao AH lần lượt có phương trình:  $13x - 6y - 2 = 0$ ,  $x - 2y - 14 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là  $I(-6;0)$

Giải: AH giao AM = A(-4;-9)

Điểm  $M\left(m; \frac{13m-2}{6}\right)$

Ta có AH // IM ( Cùng vuông góc BC)  $\Rightarrow m = 2$

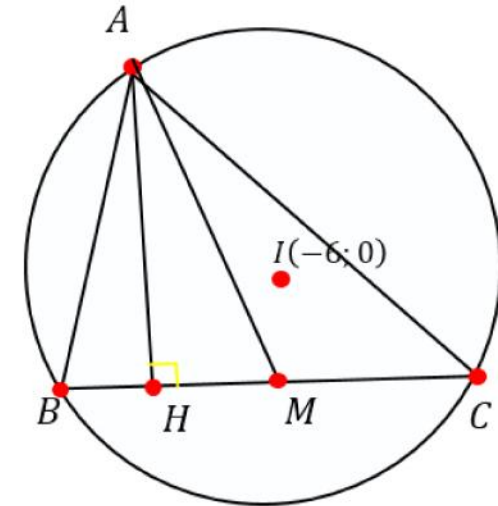
$\Rightarrow M(2;4)$

$\Rightarrow$  Phương trình BC qua M, vuông góc IM:  $2x + y - 8 = 0$

Phương trình đường tròn (C) có bán kính  $R = IA = \sqrt{85}$

(C)  $(x + 6)^2 + (y)^2 = 85$

BC giao (C) tại  $B(3;2)$ ,  $C(1;6)$  hoặc  $B(1;6)$ ,  $C(2;3)$



Bài 5: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn đường kính AD, M(3;-1) là trung điểm BC. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua E (-1;-3), điểm F (1;3) nằm trên đường AC. Viết ptcạnh BC và tìm A biết D (4;-2)

Giải: Gọi H là trực tâm tam giác ABC  $\Rightarrow$  BH CD là hình bình hành

M là trung điểm BH  $\Rightarrow$  H (2; 0)

$$\overrightarrow{HE} = (-3; -3) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BE}} = (1; -1)$$

$$\text{Phương trình BE: } x + 1 - (y + 3) = 0 \Rightarrow x - y - 2 = 0$$

$$\text{Phương trình AC: } x + y - 4 = 0$$

$$\text{Phương trình DC: } x - y - 6 = 0$$

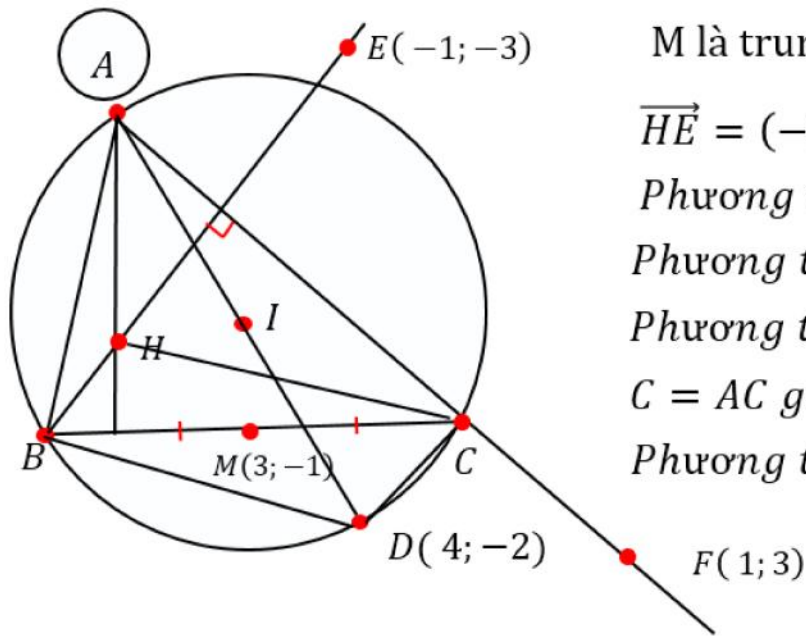
$$C = AC \text{ giao } DC \Rightarrow C(5; -1) \Rightarrow B(1; -1)$$

$$\text{Phương trình BC : } y + 1 = 0$$

Phương trình AH vuông góc BC

$$x - 2 = 0$$

$$AC \text{ giao } AH = A \Rightarrow A(2; 2)$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 6: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm I (1;2), bán kính R = 5. Chân đường cao kẻ từ B và C lần lượt là H (3;3), K (0;-1). Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tứ giác BCHK biết A có tung độ dương

**Chứng minh: AI vuông góc HK**

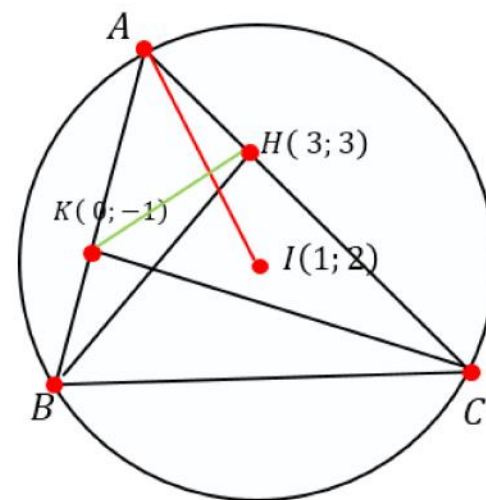
$$\begin{aligned}\vec{IA} &= (a-1; b-2) \\ \vec{HK} &= (3; 4) \Rightarrow 3(a-1) + 4(b-2) = 0 \\ IA &= \sqrt{(a-1)^2 + (b-2)^2} = 5 \Rightarrow A(-3; 5)\end{aligned}$$

Phương trình AB:  $2x + y + 1 = 0$

$\Rightarrow AB \text{ giao } (C) = B(1; -3), AC \text{ giao } (C) = C(6, 2)$

Phương trình đường tròn ngoại tiếp BCHK có tâm M  $\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  trung điểm BC

$$\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 7: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H(3;0), trung điểm BC là I(6;1). Đường thẳng AH có phương trình  $x + 2y - 3 = 0$ . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao kẻ từ B, C. Xác định tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết đường thẳng DE có pt:  $x - 2 = 0$ , D có tung độ dương

Giải: Gọi K là trung điểm AH

Tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn ( $C_1$ ) tâm K

Tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn ( $C_2$ ) tâm I

( $C_1$ ) giao ( $C_2$ ) tại ED  $\Rightarrow$  IK vuông góc ED

Phương trình IK qua I vuông góc DE :  $y - 1 = 0$

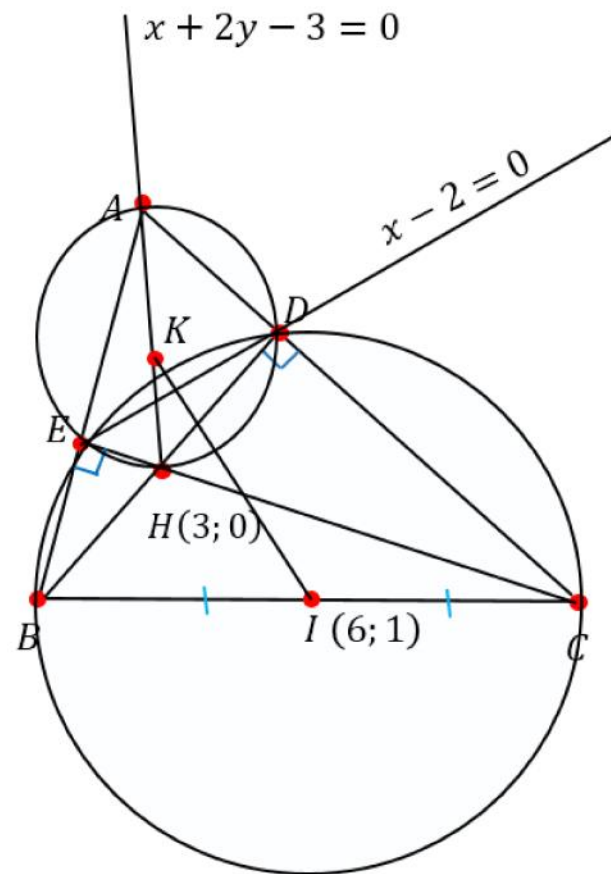
IK giao AH = K(1;1)  $\Rightarrow$  A (-1;2)

D(2;t) mà KA = KD  $\Rightarrow$  D (2;3)

Phương trình AC qua A, D:  $x - 3y + 7 = 0$

Phương trình BC qua I vuông góc AH:  $2x - y - 11 = 0$ .

$\Rightarrow$  C (8;5), B (4;-3)





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 8: ( SỞ GD – QN) Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H, phương trình AH:  $3x - y + 3 = 0$ , trung điểm cạnh BC là  $M(3;0)$ , gọi E và F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C đến AC, AB. Phương trình đường thẳng EF là  $x - 3y + 7 = 0$ . Tìm tọa độ điểm A biết A có hoành độ dương

Gọi I trung điểm AH. Tứ giác AEHF nội tiếp và bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn nên  $IM \perp EF$  (đoạn nối tâm vuông góc với dây chung).

Ta có:  $IEF = ABE$  (cùng phụ góc A hoặc cùng phụ góc EHF)

$$\text{và: } ABE = \frac{1}{2} EMF = IME \Rightarrow MEI = 90^\circ \Rightarrow MFI = MEI = 90^\circ.$$

Do đó tứ giác MEIF nội tiếp đường tròn đường kính IM, tâm là trung điểm J của IM. (Đường tròn (J) là đường tròn Euler)

Đường thẳng IM qua M và vuông góc EF nên có phương trình:  $3x + y - 9 = 0$ .

I là giao điểm của AH và IM nên tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; 6).$$

Đường tròn đường kính IM có tâm  $J(2; 3)$  và bán kính  $r = JM = \sqrt{10}$  nên có phương trình:  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$ .

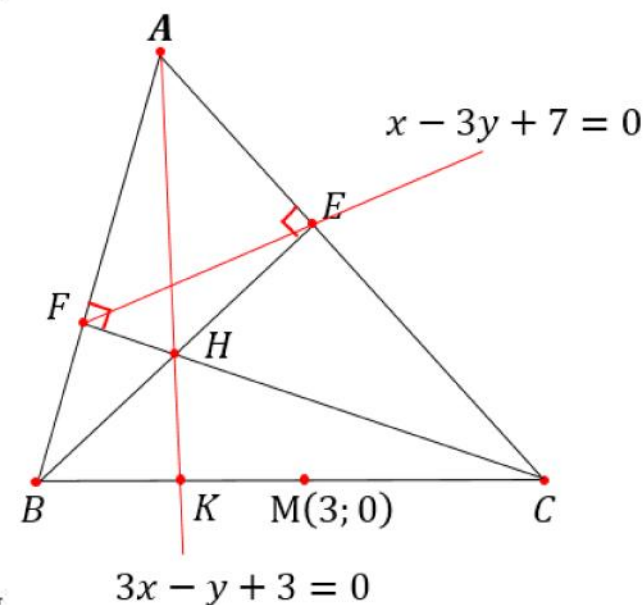
Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 3y + 7 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow E(5; 4) \text{ hoặc } E(-1; 2).$$

Vì  $A \in AH$  nên  $A(a; 3a + 3)$

$$\text{Ta có: } IA = IE \Leftrightarrow IA^2 = IE^2 \Leftrightarrow (a - 1)^2 + (3a - 3)^2 = 20 \Leftrightarrow a = 1 \pm \sqrt{2}$$

Vì A có hoành độ dương nên  $A(1 + \sqrt{2}; 6 + 3\sqrt{2})$ .



# CÁC EM ĐÓN XEM CHUYÊN ĐỀ 4

# TỬ GIÁC NỘI TIẾP

Lịch phát video: 19h ngày thứ 4, chủ nhật hàng tuần. ( Dự kiến)

\* Các em học sinh có thể học theo một trong các cách sau đây:

Cách 1: Đăng kí và theo dõi kênh Youtube: CÂU LẠC BỘ GIA SƯ THỦ KHOA EFC

Cách 2: Theo dõi trên Facebook: Tùng NT ( Email: [tungan7110@gmail.com](mailto:tungan7110@gmail.com))

Cách 3: Theo dõi trên Fage: CaulacbogiasuthukhoaEFC



# CHUYÊN ĐỀ IV

## TỨ GIÁC – TAM GIÁC NỘI TIẾP

## ĐỀ BÀI: TAM GIÁC – TỨ GIÁC NỘI TIẾP

Bài 1: Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AC. Điểm M(3;-1) là trung điểm BD, C(4;-2). Điểm N(-1;-3) nằm trên đường thẳng qua B và vuông góc AD. Đường thẳng AD qua P(1;3). Tìm tọa độ A, B, D

Bài 2: Cho tam giác ABC nhọn có A(-1;4), trực tâm H, đường thẳng AH cắt BC tại M, CH cắt AB tại N. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN là I(2;0), đường thẳng BC đi qua điểm P (1;-2). Tìm tọa độ các đỉnh B, C biết B thuộc đường thẳng  $x + 2y - 2 = 0$

Bài 3: Cho tam giác ABC có A (-1;4), các đường cao AM, CN và trực tâm H. Tâm đường tròn ngoại tiếp HMN là I (2;0). Đường thẳng BC đi qua P (1;-2). Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết B thuộc đường thẳng d:  $x + 2y - 2 = 0$ .

Bài 4: Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có A (2;2). Biết điểm M(6;3) thuộc cạnh BC, N(4;6) thuộc CD. Tìm tọa độ đỉnh C

Bài 5: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC, Gọi E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C. Tìm tọa độ điểm A biết rằng  $E(7; 1)$ ,  $F\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$ , phương trình đường BC là  $x + 3y - 4 = 0$  và B có tung độ dương.



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 6: Cho đường tròn ( C ) có tâm I có hoành độ dương. ( C ) qua điểm A (-2;3) và tiếp xúc đường thẳng (  $d_1$  ):  $x + y + 4 = 0$  tại B. ( C ) cắt đường thẳng (  $d_2$  ):  $3x + 4y - 16 = 0$  tại C và D sao cho ABCD là hình thang có  $AD \parallel BC$ , hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau. Tìm tọa độ B,C,D.

Bài 7: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H(3;0), trung điểm BC là I(6;1). Đường thẳng AH có phương trình  $x + 2y - 3 = 0$ . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao kẻ từ B, C. Xác định tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết đường thẳng DE có pt:  $x - 2 = 0$ , D có tung độ dương

Bài 8: ( CHU VĂN AN – 2015)

Trong hệ Oxy, cho tam ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là I (-2;1) thỏa mãn  $\angle AIB = 90^\circ$ , chân đường cao kẻ từ A đến BC là D (-1;-1), đường thẳng AC qua M(-1;4). Tìm tọa độ A, B biết A có hoành độ dương.

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC. G là trọng tâm tam giác ABM, điểm D( 7;-2) là điểm nằm trên MC sao cho  $GA = GD$ . Tìm tọa độ A, lập phương trình AB biết hoành độ điểm A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình  $3x - y - 13 = 0$

CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 1: Cho tứ giác ABCD nội tiếp đường tròn đường kính AC. Điểm M(3;-1) là trung điểm BD, C(4;-2). Điểm N(-1;-3) nằm trên đường thẳng qua B và vuông góc AD. Đường thẳng AD qua P(1;3). Tìm tọa độ A, B, D

*Hướng dẫn giải*

Gọi điểm D (a;b)  $\Rightarrow B(6 - a; -2 - b)$

Ta có BN // CD ( Cùng vuông góc AD)

$$\overrightarrow{BN} = (a - 5; b - 1) \Rightarrow \frac{a - 5}{a - 4} = \frac{b - 1}{b - 2} \Rightarrow b = a - 6$$

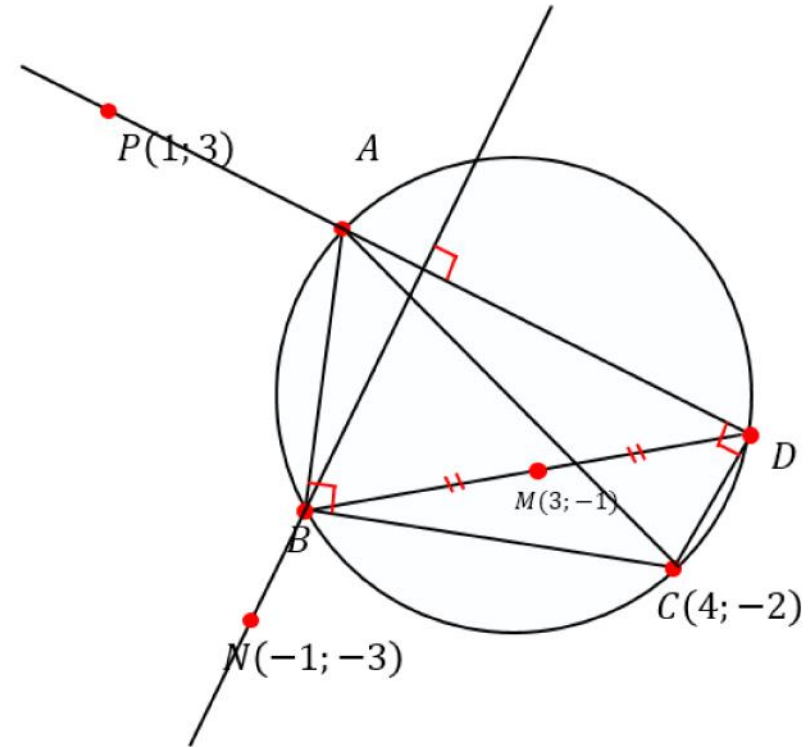
$$\overrightarrow{CD} = (a - 4; b + 2)$$

$$\overrightarrow{PD} = (a - 1; b - 3)$$

$$\text{Mà } PD \text{ vuông góc } CD \Rightarrow \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$$

$$\Rightarrow a = 4 \text{ hoặc } a = 5$$

$$\text{ĐS: } A(2; 2), B(1; -1), D(5; -1)$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 2: Cho tam giác ABC nhọn có  $A(-1;4)$ , trực tâm H, đường thẳng AH cắt BC tại M, CH cắt AB tại N. Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác HMN là  $I(2;0)$ , đường thẳng BC đi qua điểm P  $(1;-2)$ . Tìm tọa độ các đỉnh B,C biết B thuộc đường thẳng  $x + 2y - 2 = 0$

Giải: Ta có tứ giác MBNH nội tiếp đường tròn tâm I đường kính BH

Ta có  $B(2 - 2t; t) \Rightarrow H(2 + 2t; -t)$

$$\overrightarrow{AH} = (2t + 3; -t - 4)$$

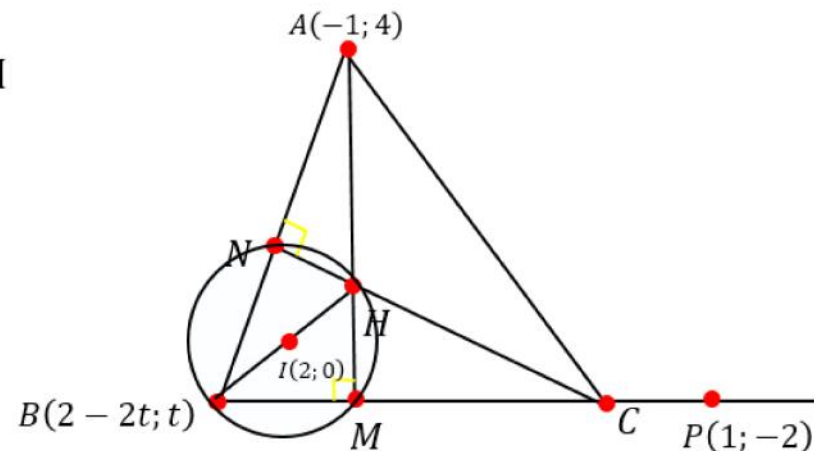
$$\overrightarrow{BP} = (2t - 1; -2 - t)$$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BP} = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow B(4; -1)$$

$$\text{Phương trình BC: } x - 3y - 7 = 0$$

$$\text{Phương trình AC qua A vuông góc BH: } 2x - y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow C = AC \cap BC \Rightarrow C = (-5; -4)$$

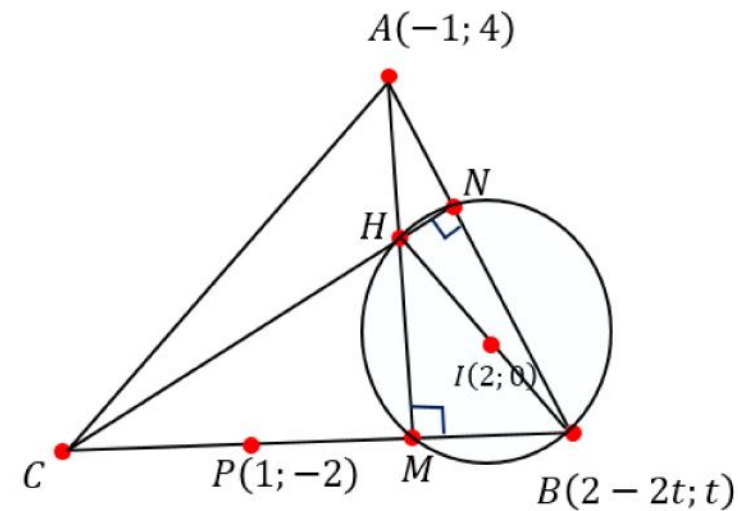


CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 3: Cho tam giác ABC có A ( -1;4), các đường cao AM, CN và trực tâm H. Tâm đường tròn ngoại tiếp HMN là I ( 2;0). Đường thẳng BC đi qua P ( 1;-2). Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC, biết B thuộc đường thẳng d:  $x + 2y - 2 = 0$ .

*Giải:* Tứ giác HNBM nội tiếp đường tròn đường kính HB tâm I (2;0)  
 Điểm B (2-2t;t) thuộc đường thẳng d:  $x + 2y - 2 = 0 \Rightarrow H(2 + 2t; -t)$   
 Ta có  $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Rightarrow t = -1 \Rightarrow B(4; -1), H(0; 1)$   
 Đường thẳng BC:  $x - 3y - 7 = 0$   
 Đường thẳng AC:  $2x - y + 6 = 0$   
 $\Rightarrow C(-5; -4)$





CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 4: Trong hệ Oxy cho hình vuông ABCD có A (2;2). Biết điểm M(6;3) thuộc cạnh BC, N(4;6) thuộc CD. Tìm tọa độ đỉnh C

Gọi  $I\left(5; \frac{9}{2}\right)$  là trung điểm MN

$\Rightarrow$  Phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác MNC

$$\text{Có } R = IN = \frac{\sqrt{13}}{2} \quad (C) \quad (x - 5)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$$

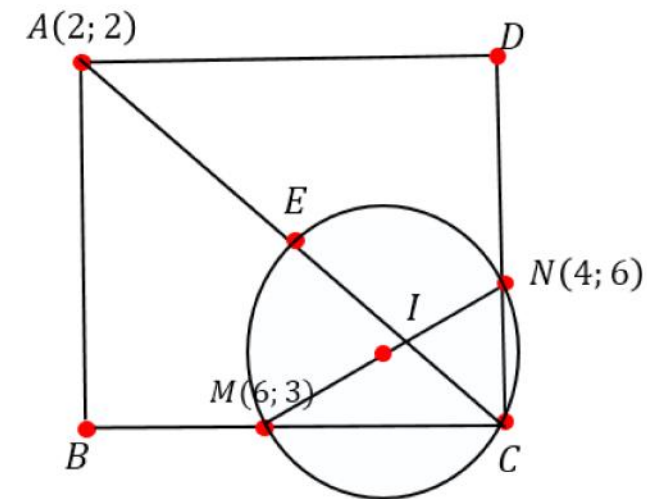
AC giao (C) tại E, Vì AC là phân giác góc MCN  $\Rightarrow$  Cung ME = cung EN

Phương trình IE qua I và vuông góc MN:  $4x - 6y + 7 = 0$

$$EI \cap (C) = E\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right) \quad (\text{Loại 1 nghiệm } E \text{ vì khác phía } MN \text{ so với } A)$$

Phương trình AC:  $x - y = 0$

AC giao (C) = C(6; 6)



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 5: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC, Gọi E , F lần lượt là chân đường cao hạ từ B, C. Tìm tọa độ điểm A biết rằng  $E(7; 1), F\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$ , phương trình đường BC là  $x + 3y - 4 = 0$  và B có tung độ dương.

Giải:

Ta có tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn đường kính BC có tâm I là trung điểm BC

Tâm  $I(4 - 3t; t)$  thuộc BC

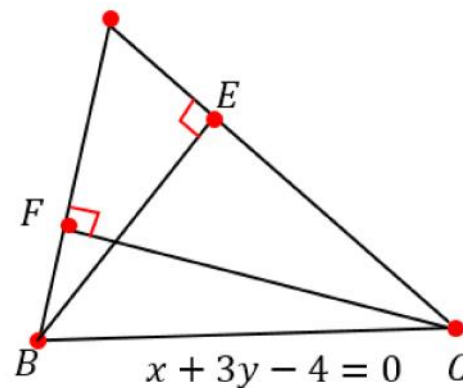
$$IE = IF \Rightarrow t = 0 \Rightarrow I(4; 0)$$

$$\text{Bán kính } R = IE = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình đường tròn (C)} \quad (x - 4)^2 + y^2 = 10$$

$$BC \cap (C) = B(1; 1) \text{ và } C(7; -1)$$

$$BF \text{ giao } CE \text{ tại } A(7; 9)$$



## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 6: Cho đường tròn  $(C)$  có tâm  $I$  có hoành độ dương.  $(C)$  qua điểm  $A(-2;3)$  và tiếp xúc đường thẳng  $(d_1): x + y + 4 = 0$  tại  $B$ .  $(C)$  cắt đường thẳng  $(d_2): 3x + 4y - 16 = 0$  tại  $C$  và  $D$  sao cho  $ABCD$  là hình thang có  $AD \parallel BC$ , hai đường chéo  $AC$  và  $BD$  vuông góc với nhau. Tìm tọa độ  $B, C, D$ .

Giải:

Có  $ABCD$  là hình thang nội tiếp  $(C) \Rightarrow ABCD$  là hình thang cân

Gọi  $K$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$

$\Rightarrow$  Tam giác  $BKC$  là tam giác vuông cân tại  $K \Rightarrow \text{Góc } KCB = 45^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$$

mà  $d_1$  vuông góc  $IB \Rightarrow AI \parallel d_1$

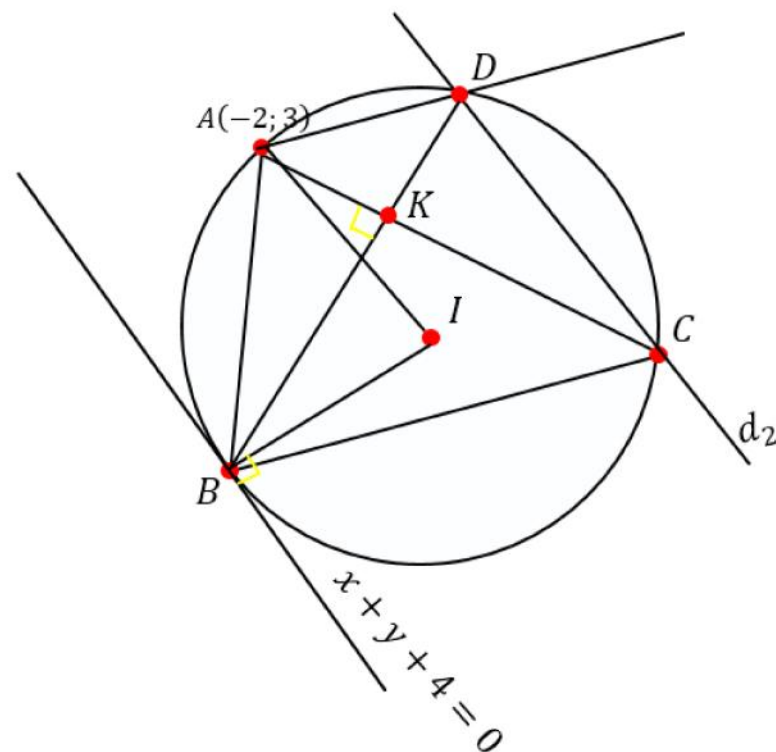
$$\Rightarrow R = IA = IB = d(A; d_1) = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Phương trình  $AI: x + y - 1 = 0 \Rightarrow I(t; 1 - t)$

$$IA = \frac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \text{ hoặc } a = -\frac{9}{2} (\text{loại})$$

$B$  là hình chiếu của  $I$  trên  $d_1 \Rightarrow B(-2; -2)$

$$\text{Phương trình } (C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow (C) \cap d_2 = C(4; 1), D(0; 4) \Rightarrow B(-2; -2)$$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 7: Trong hệ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm H(3;0), trung điểm BC là I(6;1). Đường thẳng AH có phương trình  $x + 2y - 3 = 0$ . Gọi D, E lần lượt là chân đường cao kẻ từ B, C. Xác định tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết đường thẳng DE có pt:  $x - 2 = 0$ , D có tung độ dương

Giải: Gọi K là trung điểm AH

Tứ giác ADHE nội tiếp đường tròn ( $C_1$ ) tâm K

Tứ giác BEDC nội tiếp đường tròn ( $C_2$ ) tâm I

( $C_1$ ) giao ( $C_2$ ) tại ED  $\Rightarrow$  IK vuông góc ED

Phương trình IK qua I vuông góc DE :  $y - 1 = 0$

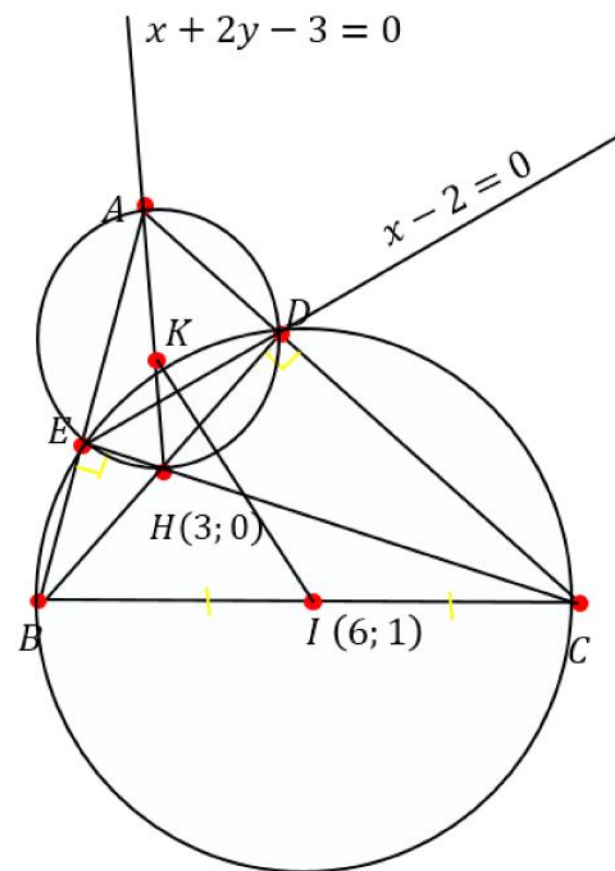
IK giao AH = K(1;1)  $\Rightarrow$  A (-1;2)

D( 2;t ) mà KA = KD  $\Rightarrow$  D ( 2;3)

Phương trình AC qua A, D:  $x - 3y + 7 = 0$

Phương trình BC qua I vuông góc AH:  $2x - y - 11 = 0$ .

$\Rightarrow$  C (8;5) , B ( 4;-3)





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

### BÀI 8: ( CHU VĂN AN – 2015)

Trong hệ Oxy, cho tam ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là I (-2;1) thỏa mãn  $\angle AIB = 90^\circ$ , chân đường cao kẻ từ A đến BC là D (-1;-1), đường thẳng AC qua M(-1;4). Tìm tọa độ A, B biết A có hoành độ dương.

Ta có góc  $\angle AIB = 90^\circ \Rightarrow \text{Góc } \angle ACB = 45^\circ$  ( Góc nội tiếp)

$\Rightarrow$  Tam giác ADC vuông cân  $\Rightarrow AD = DC$

Mà  $IA = IC \Rightarrow DI$  là đường trung trực AC

Phương trình AC qua M(-1;4) và có  $\overrightarrow{ID} = (1; -2)$  là VTPT  $x - 2y + 9 = 0$

Gọi DI giao AC tại E  $\Rightarrow E(-3;3)$

Gọi  $(C')$  là đường tròn tâm E bán kính ED  $\Rightarrow (C'): (x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 20$

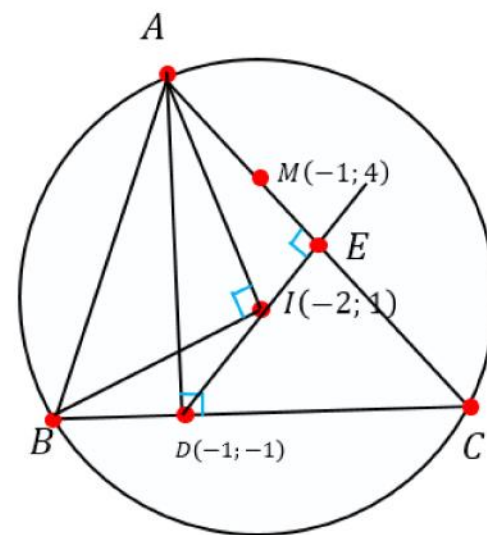
Tọa độ A, C là giao điểm của  $(C')$  và AC  $\Rightarrow A(1; 5)$

Phương trình BC qua D(-1;-1), nhận  $\overrightarrow{DA} = (2; 6)$  là VTPT:  $x + 3y + 4 = 0$

Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC:

$(C): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$

$B = BC \cap (C) \Rightarrow B(2; -2)$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 9: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC. G là trọng tâm tam giác ABM, điểm D(7;-2) là điểm nằm trên MC sao cho GA = GD. Tìm tọa độ A, lập phương trình AB biết hoành độ điểm A nhỏ hơn 4 và AG có phương trình  $3x - y - 13 = 0$

Giải: NG là trung trực BA  $\Rightarrow GA = GB = GC$   
 $\Rightarrow G$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$$\Rightarrow \text{Góc } AGD = 2 \text{ góc } ABC = 90^\circ$$

$\Rightarrow AG \perp GD$

$$d(D; AG) = \sqrt{10} = GD$$

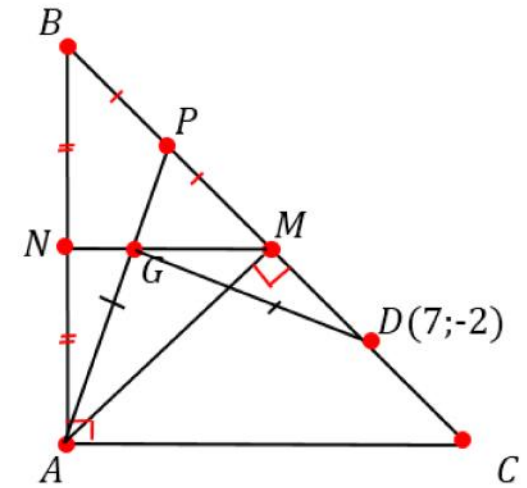
$$\text{Điểm } A(a; 3a - 13) \Rightarrow A(3; -4)$$

$$AD = GD \cdot \sqrt{2} = \sqrt{20}$$

$$\text{Phương trình AB qua A và tạo với AG góc } \alpha \text{ với } \cos \alpha = \frac{AN}{AG}$$

$$AB: x - 3 = 0$$

$$AB: 4x - 3y - 24 = 0$$



# Bài tập tổng hợp khóa Oxy

Bài 1: Cho hình vuông ABCD có  $A(-1; 2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của AD, DC;  $K = BN \cap CM$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK biết BN có phương trình:  $2x + y - 8 = 0$ .

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A, gọi D là trung điểm AB, D có tung độ dương, điểm I  $(11/3; 5/3)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Điểm E  $(13/3; 5/3)$  là trọng tâm tam giác ADC. Điểm M  $(3; -1)$  thuộc DC và N  $(-3; 0)$  thuộc AB. Tìm tọa độ A, B, C

Bài 3: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại B nội tiếp đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 10y - 25 = 0$ . Có I là tâm (C). Đường thẳng BI cắt (C) tại M  $(5; 0)$ , đường cao kẻ từ đỉnh C cắt đường tròn tại  $N(-\frac{17}{5}; -\frac{6}{5})$ . Tìm tọa độ A, B, C biết A có hoành độ dương.

Bài 4: (SỞ GD - BÌNH PHƯỚC). Trong mặt phẳng Oxy. Cho hình thang ABCD vuông tại A, B và  $AD = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên BD, E là trung điểm HD. Cho  $H(-1; 3)$ ,  $C(\frac{5}{2}; 4)$ , phương trình AE:  $4x + y + 3 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, D của hình thang.

Bài 5: Cho tam giác ABC có tâm đường tròn bàng tiếp của góc A là K  $(2; -9)$ , B  $(-3; -4)$ , A  $(2; 6)$ . Tìm tọa độ C

CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

BÀI 1: ( CHUYÊN HƯNG YÊN – 2015)

Cho hình vuông ABCD có  $A(-1; 2)$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AD, DC$ ;  $K = BN \cap CM$ . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK biết BN có phương trình:  $2x + y - 8 = 0$ .

*Giải: Chứng minh: BN vuông góc CM*

Gọi  $P$  là trung điểm  $BC$ ,  $AP \cap BN = H \Rightarrow AH$  vuông góc  $BN$

$$AH = d(A; BN) = \frac{|-2 + 2 - 8|}{\sqrt{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$\tan \widehat{BAP} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \widehat{BAP} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1/4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

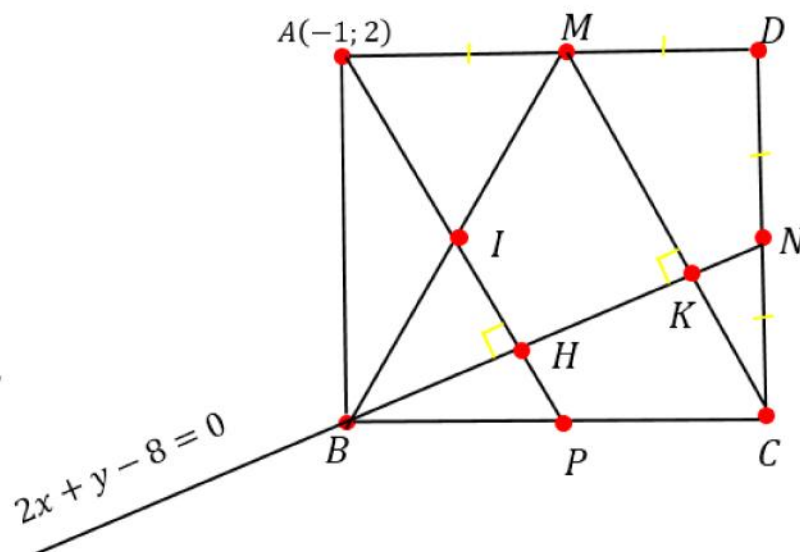
Trong tam giác  $ABH$ :  $\cos \widehat{BAH} = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AH}{\cos \widehat{BAH}} = 4$

$AP$  giao  $BM$  tại  $I \Rightarrow AI = IP = \frac{AP}{2} = \sqrt{5}$

$H\left(\frac{11}{5}; \frac{18}{5}\right)$  là hình chiếu  $A$  trên  $BN \Rightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AH} \Rightarrow I(1; 3)$

Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BMK$  tâm  $I(1; 3)$  và  $R = IM = IA = \sqrt{5}$

$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$$





## CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

## "DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 2: Cho tam giác ABC cân tại A, gọi D là trung điểm AB, D có tung độ dương, điểm I (  $\frac{11}{3}; \frac{5}{3}$  ) là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Điểm E (  $\frac{13}{3}; \frac{5}{3}$  ) là trọng tâm tam giác ADC. Điểm M( 3;-1) thuộc DC và N ( -3;0) thuộc AB. Tìm tọa độ A,B,C

Giải: Gọi P,K,Q lần lượt là trung điểm BC,AD,AC

Xét tam giác CKD có  $\frac{CE}{CK} = \frac{CG}{CD} = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow EG$  song song  $KD$

mà  $KD$  vuông góc  $DI \Rightarrow EG$  vuông góc  $DI$  (1)

Ta có  $IG$  vuông góc  $DQ \Rightarrow I$  là trực tâm tam giác  $DEG$

$\Rightarrow$  Phương trình  $DG$  vuông góc  $EI$ , qua  $M(3;-1)$ :  $x - 3 = 0$

$\Rightarrow$  Điểm  $D(3; a)$

mà  $\overrightarrow{DN} \cdot \overrightarrow{DI} = 0 \Rightarrow D(3; 3)$

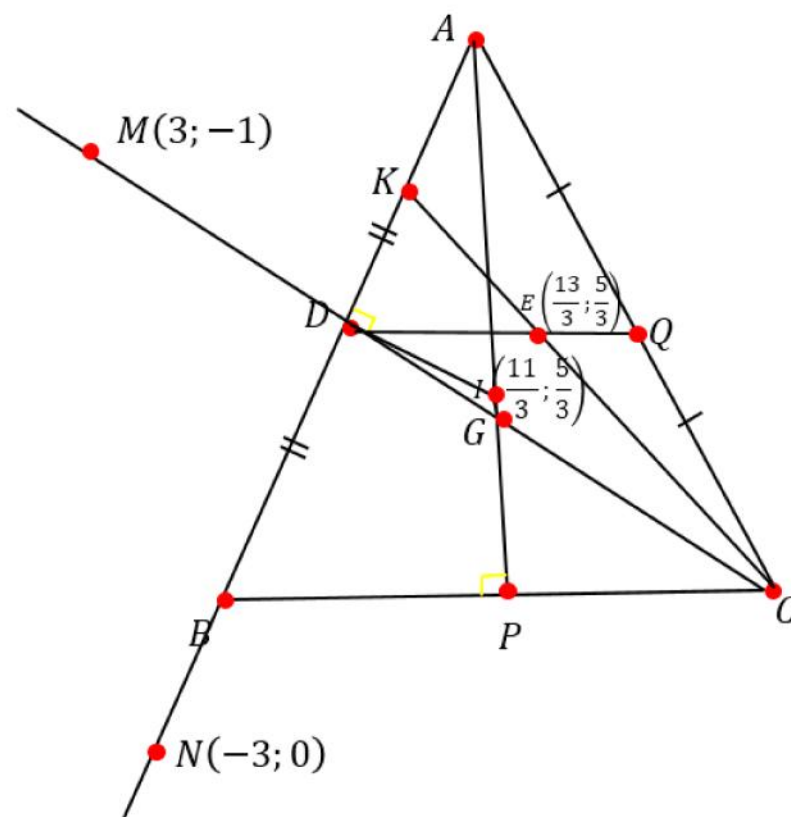
Phương trình  $AB$  qua  $ND$ :  $x - 2y + 3 = 0$

Phương trình  $AP$  qua  $I$  và vuông góc  $DE$ :  $x - y - 2 = 0$

$AP$  giao  $AB = A(7; 5) \Rightarrow B(-1; 1)$

Phương trình  $BC$  qua  $B$  vuông góc  $AP$ :  $x + y = 0$

$\Rightarrow BC$  giao  $CD = C(3; -3)$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

BÀI 3: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC cân tại B nội tiếp đường tròn (C):  $x^2 + y^2 - 10y - 25 = 0$

Có I là tâm (C). Đường thẳng BI cắt (C) tại M (5;0), đường cao kẻ từ đỉnh C cắt đường tròn tại  $N\left(-\frac{17}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ . Tìm tọa độ A, B, C biết A có hoành độ dương.

Giải: Ta có BI là phân giác góc B

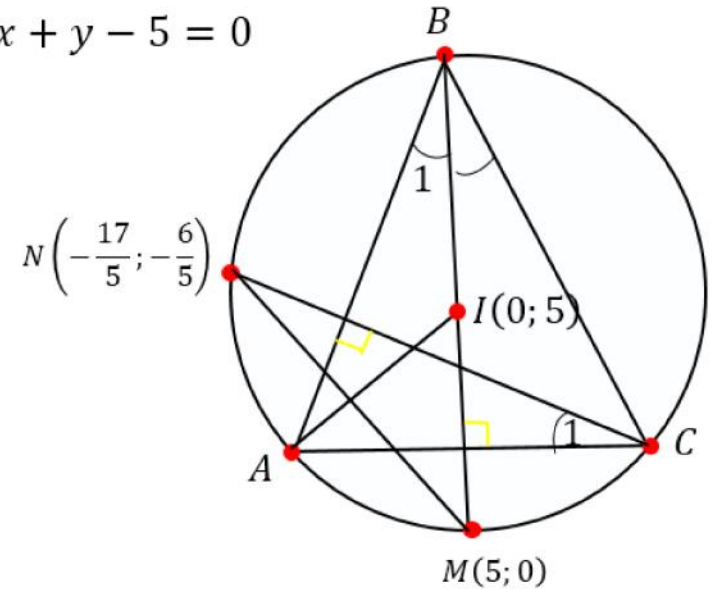
Ta có  $\overrightarrow{B_1} = \overrightarrow{C_1}$  (Cùng phụ góc BAC)  $\Rightarrow$  Số đo cung NA = cung AM  $\Rightarrow$  IA vuông góc MN

Phương trình IA qua I(0;5) có  $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{42}{5}; \frac{6}{5}\right)$  là VTPT:  $7x + y - 5 = 0$

$(C) \cap IA = A(1; -2)$

Phương trình AC qua A vuông góc IM  $x - y - 3 = 0$

$C = (C) \cap AC \Rightarrow C = (7; 4)$



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

**Bài 4:** ( SỞ GD – BÌNH PHƯỚC). Trong mặt phẳng Oxy. Cho hình thang ABCD vuông tại A,B và  $AD = 2BC$ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên BD, E là trung điểm HD. Cho  $H(-1; 3)$ ,  $C\left(\frac{5}{2}; 4\right)$ , phương trình AE:  $4x+y+3=0$ . Tìm tọa độ các đỉnh A, B,D của hình thang.

**Giải: B1: CMR: AE vuông góc EC**

Gọi F là trung điểm AD  $\Rightarrow EF \parallel AH \Rightarrow EF$  vuông góc HD

$\Rightarrow$  Tứ giác AFEB nội tiếp đường tròn đường kính BF

AFCB là hình chữ nhật  $\Rightarrow AFCB$  nội tiếp đường tròn đường kính BF

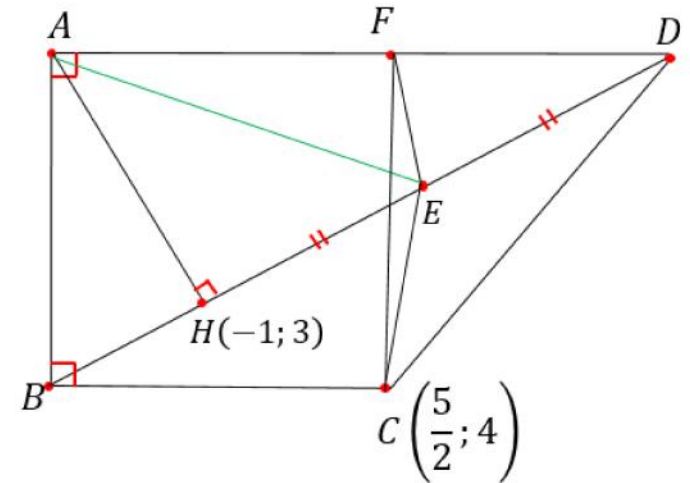
$\Rightarrow AECB$  nội tiếp đường tròn  $\Rightarrow AE$  vuông góc EC

$\Rightarrow$  Phương trình EC qua C, vuông góc AE:  $2x - 8y + 27 = 0$

AE giao EC =  $E\left(-\frac{3}{2}; 3\right) \Rightarrow D(-2; 3)$

Phương trình BD:  $y - 3 = 0$ , AH:  $x + 1 = 0 \Rightarrow A(-1; 1)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow B(3; 3)$  ( B, H cùng phía AE )



CLB GIA SƯ THỦ KHOA EFC – THẦY TÙNG NT

"DẠY HỌC BẰNG TÂM"

Bài 5: Cho tam giác ABC có tâm đường tròn bàng tiếp của góc A là K (2;-9), B(-3;-4), A(2;6). Tìm tọa độ C

Bổ đề: Tâm đường tròn bàng tiếp tam giác là giao của phân giác góc trong một góc với 1 trong 2 phân giác góc ngoài ( của 2 đỉnh còn lại)

Giải: Phương trình AK:  $x - 2 = 0$

Tìm B' đối xứng B qua AK:  $\Rightarrow B' (7; -4)$

Phương trình AC:  $2x + y - 10 = 0$

Phương trình (d) phân giác trong góc B vuông góc với BK tại B

$$\overrightarrow{BK} = (5; -5)$$

$$\text{Phương trình } d: x - y - 1 = 0$$

Gọi A' đối xứng A qua d.  $\Rightarrow$  PT AA':  $x + y - 8 = 0$

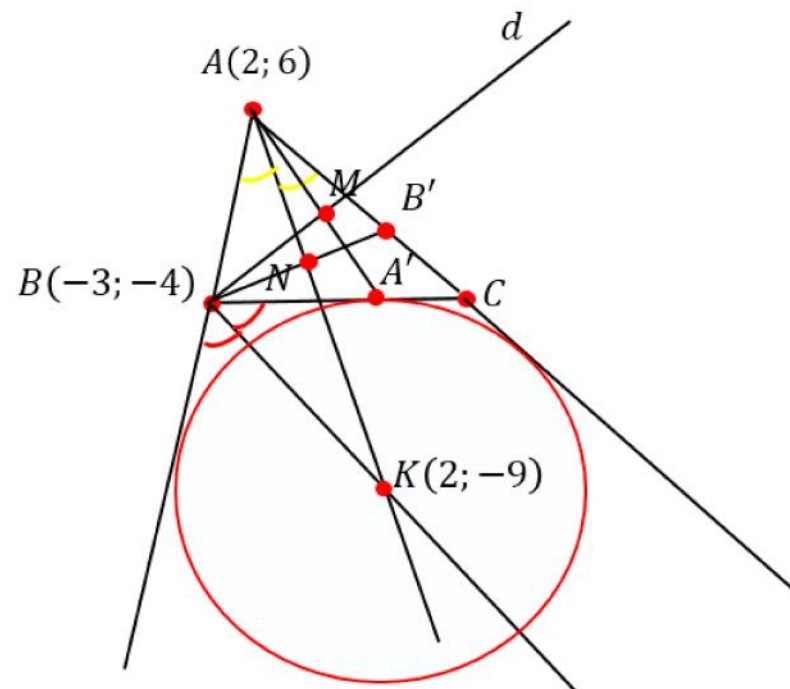
$$AA' \text{ giao } d = M \left( \frac{9}{2}; \frac{7}{2} \right) \Rightarrow A' = (7; 1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B} = (10; 5) \Rightarrow \vec{n} = (1; -2)$$

$$\text{Phương trình } BC: 1(x + 3) - 2(y + 4) = 0$$

$$x - 2y - 5 = 0$$

$$AC \text{ giao } BC = C (5; 0)$$





# KẾT THÚC KHÓA HỌC

CHÚC TẤT CẢ CÁC EM ĐẠT ĐƯỢC ƯỚC MƠ CỦA MÌNH ^\_^